

PCA 法による数学・物理に関する入学時の基礎学力分析

吉田 福蔵*・椋平 淳

教育センター

(2019年9月30日受理)

Analysis of basic academic capability at entrance of mathematics and physics by using
principal component analysis

by

Fukuzo YOSHIDA* and Atsushi MUKUHIRA

Education center

Abstract

The Education Center at Osaka Institute of Technology is in charge of both regular classes on mathematics and physics for first-year students and supplementary courses to improve basic skills related to the two subjects. The regular classes and supplementary courses are closely linked to each other. Through the courses, the Education Center comprehensively supports first-year students at OIT. In this paper, we report the results of the mathematics and physics tests to confirm the academic capability of freshmen, especially in the Faculty of Engineering, by using the principal component analysis (PCA) method. By applying the PCA method, the test results were examined not only on the basis of individual mathematical or physical thinking ability, but also a new perspective of comprehensive thinking ability of both subjects. The results revealed that the comprehensive thinking capability depended on students' learning history before admission, and their physical thinking was superior to their mathematical thinking. In addition, it was shown that the comprehensive thinking capability of students who were recommended the supplementary courses on mathematics was below average, and their mathematical thinking tended to be superior to their physical thinking.

キーワード; 初年次教育, 補習授業, 基礎学力, PCA 法

Keyword; first-year education, supplementary course, basic academic capability, PCA method

イノベーションデイズ 2019 智と技術の見本市でポスター発表 No.906

(2019年9月13日, 大阪工業大学 梅田キャンパス)

1. はじめに

数学・物理は工学部で専門科目を学んでいくにあたり、重要な基礎科目である。これは誰もが知るところである。教育センターでは数学、物理の初年次の基礎科目である解析学 I、解析学 I 演習そして物理学 a といった正課授業の担当、およびこれらの授業に密接に関連した補完授業の基礎力向上講座を開講している。

図-1 は教育センターが実施している学生へのサポート体制を図示したものである。新入生(以降、初年次学生)は正課授業を通して必ずこの学習サポートを受けている。正三角形の重心に当たる正課授業を中心に三つの頂点に向かってベクトル(⇨)が放射状に向かい、ひとつは基礎力向上講座へ、他の二つは学習相談に向かっている。このベクトルは学生が正課授業を受けた後の行動を示す。この内、破線で囲まれた部分、正課授業と基礎力向上講座は、各学科の授業時間割に組み込まれている。言わば正課授業の物理学 a は基礎力向上講座の物理、解析学 I、解析学 I 演習には基礎力向上講座の数学が連携している。特に、基礎力向上講座の物理は、教員だけでなく先輩となる学生チューターと共に学生に課題解決に向けて考え方を教え、解答に繋がるように指導している。次に、正三角形の辺にベクトルが 2 カ所あるわけであるが、これは基礎力向上講座において学生が解決できなかった課題を、教育センター教室において、学生の任意の時間でサポートできるようにしている。このように教育センターでは、初年次学生を中心として多重の学習サポート体制を敷き詰めている。しかしながら、大学教育下であるので、図-1 に示したベクトルは学生の自主性から生まれるものであり、言い換えれば、学生の自主性を涵養する意義が含まれている。

一方、大学入試制度の多様化により、いろいろの入試区分で入学した新入生は、入学時に学力レベルの高低差があることは否めない。ゆえに初年次学生

を指導する立場である教育センターの教員は、学生の入学時での学力が異なっても、大学での専門教育課程にスムーズに繋げるため必要な学生の基礎知識を養うために、初年次教育^{(1),(2)}の一年間において、入学時学力の分散を小さくすることに力を注がねばならない。そこで、初年次学生の入学時学力を把握することも重要な一因となるため、その一環として本年度の新入生学力確認テスト(以下、学力確認テスト)で実施された数学と物理の結果を吟味し、そこからみえてくる初年次学生の入学時の学力資質を検討した。

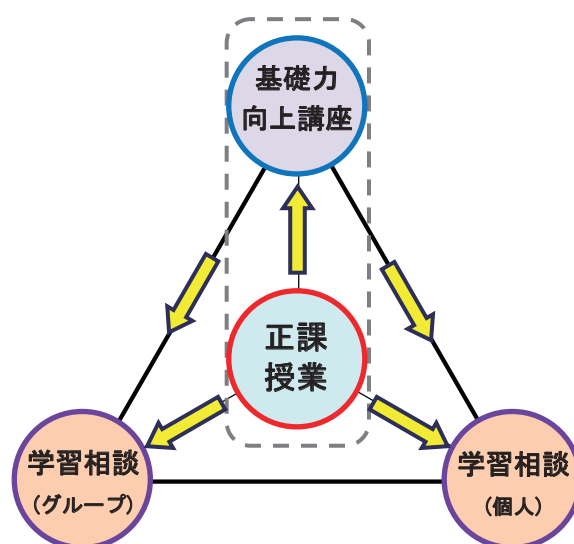


図-1 教育センターが担当する授業の学習支援体制

Fig. 1 Education Center

2. 分析データと分析法

2.1 分析データ

新入生ガイダンスの行事のひとつとして教務部教育センターでは、学力確認テストを担当している(本年度は4月2日(火)実施)。分析データは、工学部の8学科(建築学科:A科, 都市デザイン工学科:C科, 電子情報システム工学科:D科, 電気電子システム工学科:E科, 機械工学科:M科, 生命工学科:U

科, 環境工学科: V 科, 応用化学科: K 科)で実施した学力確認テストの結果であり, 母数(N)が 901 の大量のデータを用いた. 数学・物理とも試験時間は 40 分の 100 点満点とした. テスト内容の概略は表-1 に示す. なお, 学力確認テストの結果は, 教育指導の一環として, 分析データとして利用することを, 紙面に記述し, 試験監督者はそれを事前に読み上げ, 学生に了承を得ている.

表-1 学力確認テストの内容概略

Table 1 Overview of test content

科目	内容
数学	三角関数 三角関数の合成 指数と対数の計算 関数の極限 関数の導関数 関数の増減と極大・極小
物理	(力学) 速度、加速度の運動 束縛運動 エネルギー (電磁気) 物体の帯電 電界と電位 電気回路 磁界と電流

表-2 には, 学力確認テストを受験した初年次学生の高専等での物理・化学系科目の学習歴を示す. まず, 物理系(物理基礎と物理)の 2 科目および化学系(化学基礎と化学)の 2 科目の合計 4 科目すべて(区分 a)を学習してきた学生は, 全体の 78.2%であった. 更に, 物理系を 1 科目以上(区分 a~d と区分 f,g)学習してきた学生に至っては, 97.0%にも及んでいる. それ以外は化学系のみ(区分 e と区分 h)学習してきた学生であり, 2.4%と僅かである. 残りは物理系も化学系も学習してこなかった(区分 i)学生である. すると, 学力確認テストを受験した約 97%の初年次学生は, 少なくとも物理を学んだ学習歴がある. 数学に関しては, 学習歴は数学Ⅲの学習の有無をたずねたところ, 89.3%が数学Ⅲまで学習していた. 但し, 無回答学生を母数から除く.

表-2 大学入学前の物理・化学系科目の学習歴区分
Table 2 Learning history classification of physics and chemistry subjects before admission

区分	物理基礎	物理	化学基礎	化学	科目数	割合 (%)
a	○	○	○	○	4	78.2
b	○	○	○	……	3	4.8
c	○	……	○	○	3	5.9
d	○	○	……	……	2	1.3
e	……	……	○	○	2	2.0
f	○	……	○	……	2	4.3
g	○	……	……	……	1	2.5
h	……	……	○	……	1	0.4
i	……	……	……	……	0	0.6

備考:○は, 選択した科目

2.2 分析法

学力確認テストのデータ(母数 N=901, 不受験学生を除く)は, 相関分析によって数学と物理の 2 変数からの散布図で相関性の強弱を調べることができる. 本報告で用いるデータは 2 変数だけではあるが, 大きな母数 N を持ったデータの集合体であるので, この貴重な情報を活用させるための統計処理, つまり限られた少ない変数から新しい指標, 目的変数(主成分という)を求めることができる分析(principal component analysis: PCA)法^(3~8)を適用した. 2 変数は数学を x, 物理を y とすると, 母数 N の学生の学力確認テストの 2 変数データは, (x₁, y₁), (x₂, y₂), (x₃, y₃), ……(x_N, y_N)の N 個となる. すると PCA 法の 2 変数データの主成分(A と記述)は, 次式で与えられる.

$$A_i = \begin{pmatrix} x_i - \bar{x} \\ y_i - \bar{y} \end{pmatrix} \cdot \bar{u}_i = a_i(x_i - \bar{x}) + b_i(y_i - \bar{y}) \quad \dots\dots (1)$$

但し, \bar{u}_i :単位ベクトル, \bar{x} :x の平均, \bar{y} :y の平均

係数 a_i, b_iは A_iの負荷量という. 次に(1)式の平方和をとり, まとめると

$$\sum_{i=1}^N A_i = a_1^2 s_{xx} + 2a_1 b_1 s_{xy} + b_1^2 s_{yy} \quad \dots\dots (2)$$

但し, s_{xx} : x の偏差平方和, s_{xy} : x と y の偏差平方和,
 s_{yy} : y の偏差平方和

で与えられ, $a_1^2 + b_1^2 = 1$ を条件として, (2)式が最大となるような a_1 と b_1 を求めるわけである. 更に, (2)式の主成分 A の情報を除去したデータから, 次の主成分 (B と記述) を求めることができる. 主成分 B は主成分 A に直交するように求めるので, その方向ベクトルは異なるが, 主成分 A と同様に次式で求められる.

$$B_i = \begin{pmatrix} x_i - \bar{x} \\ y_i - \bar{y} \end{pmatrix} \cdot \bar{u}_2 = a_2(x_{i2} - \bar{x}) + b_2(y_{i2} - \bar{y}) \quad \dots\dots(3)$$

但し, \bar{u}_2 : 単位ベクトル, \bar{x} : x の平均, \bar{y} : y の平均
係数 a_2 , b_2 は B_i の負荷量という.

$$\sum_{i=1}^n B_i = a_2^2 s_{xx} + 2a_2 b_2 s_{xy} + b_2^2 s_{yy} \quad \dots\dots(4)$$

但し, s_{xx} : x の偏差平方和, s_{xy} : x と y の偏差平方和,
 s_{yy} : y の偏差平方和

ここで, 原点を重心とする主成分 A_i と B_i は, 変数の数学 x , 物理 y とすると(5), (6)式で各学生の主成分 A と B が求まる.

$$A_i = a_1 x_i + b_1 y_i \quad \dots\dots(5)$$

$$B_i = a_2 x_{i2} + b_2 y_{i2} \quad \dots\dots(6)$$

但し, (3), (6)式の x_{i2} , y_{i2} は, それぞれの A_i の情報を除去した変数である.

表-3 には, PCA 法で得られた学力確認テストの負荷量と寄与率を示す. A と B の寄与率の合計は, 100%であり, すべて情報を抽出したことを表す. A の負荷量 a_1 と b_1 は両方が正であることから, 数学 x と物理 y の各成分は(5)式によって加算される. すな

わち, A 値は数学と物理の各素点を加味した“**総合学力**”を示す目的変数である.

一方, B の負荷量 a_2 と b_2 は数学で負, 物理で正, すると(6)式で示す B 値は, 数学 x と物理 y で逆方向に働く成分を与えている. つまり, $B < 0$ であると学生の数学的思考力が強く, また $0 < B$ であると学生の物理的思考力が強いといった二分割される結果を与えている. 言い換えれば, B 値は学生が携える数学と物理で区別される“**理数能力**”を示す目的変数である. この場合, 数学的思考力は計算能力のような論理的思考, 物理的思考力は現象をモデル化するような発想力にそれぞれ繋がる力と言える.

表-3 PCA 法による学力確認テスト(母数 $N=901$)
の負荷量と寄与率

Table3 Load amount and contribution ratio calculated by PCA method

A			B		
a_1	b_1	寄与率	a_2	b_2	寄与率
7.982239 $\times 10^{-1}$	6.023613 $\times 10^{-1}$	7.735709 $\times 10^{-1}$	-6.020759 $\times 10^{-1}$	7.984389 $\times 10^{-1}$	2.264294 $\times 10^{-1}$

3. 分析結果

母数 N が 901 となる学力確認テストの大量のデータを, 第 2 章で説明した PCA 法によって統計処理し, 分析結果を基本的な特性として示す.

3.1 数学と物理の一次相関

まず, 学力確認テストの数学 x と物理 y のテスト結果を, 横軸数学, 縦軸物理の一次相関で調べた. その結果を図-2 に示す. 全体的にばらつく分布であるが, その傾向は, 相関係数が 0.532 の弱い相関を示した. そして傾きは 0.458 となり, 数学の素点が上昇すれば, 物理の素点も上昇する結果である. また, 平均点は数学で 59.0, 物理で 54.6 であった.

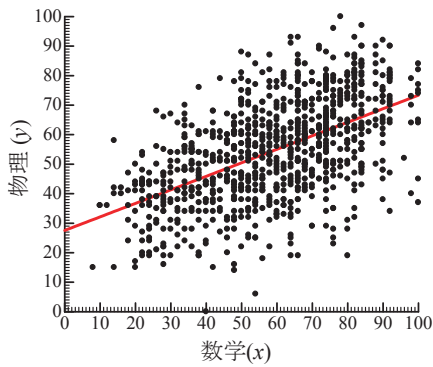


図-2 数学と物理の素点関係

Fig.2 Relationship between mathematics and physics scores

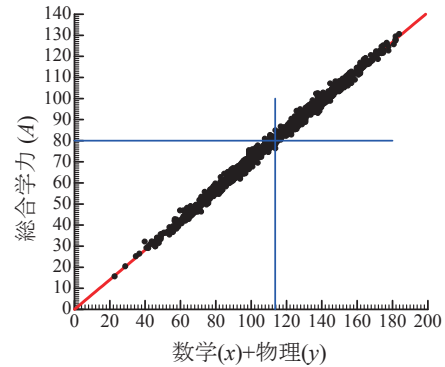


図-3 数学と物理の合計素点と総合学力 A の関係

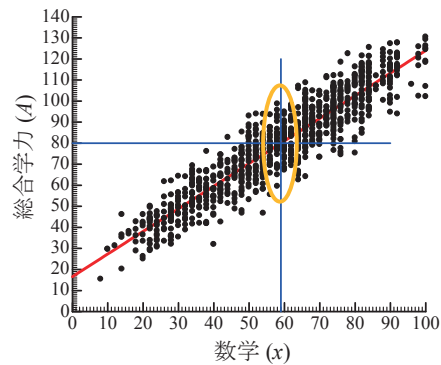
Fig.3 Relationship between total score of mathematics and physics and comprehensive thinking capability

3.2 総合学力

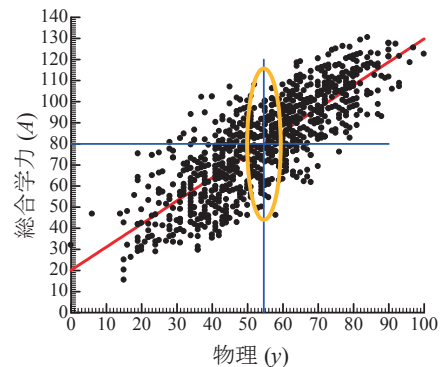
学力確認テストの数学と物理の相関分析は、弱い相関であった。図-3は各学生の数学 x と物理 y の素点の合計 $(x+y)$ と、(5)式で求めた総合学力 A との関係である。平均ラインは各軸と直交する直線で示している。相関係数は0.997と非常に強く、これは縦軸の総合学力 A 値が、数学と物理の合計素点を融合した総合学力ポイントとしての意味を携えることを明白に示している。図-3 から計算した総合学力 A の関係式は(7)式で与えられる。

$$A = 0.705(x + y) \quad \dots\dots(7)$$

既に、数学と物理の単純な素点の相関を図-2で示しているが、その結果をPCA法での指標のひとつである総合学力 A を共通軸とすれば、図-2での分布のばらつき状態を新しい視点で可視化することが可能となる。その結果を図-4(a)と(b)に示す。両結果を比較すると、数学と物理の各素点に対する総合学力のばらつき状態が異なっていることがわかる。例えば、両図の各平均点付近(数学:59.0, 物理:54.6)での総合学力のばらつきは、楕円内の様子で示している。すると数学・物理共に素点が平均点付近であっても、総合学力には幅を持ち、特に図-4(b)に示す物理に対する幅は数学よりもブロードである。こ



(a) 数学



(b) 物理

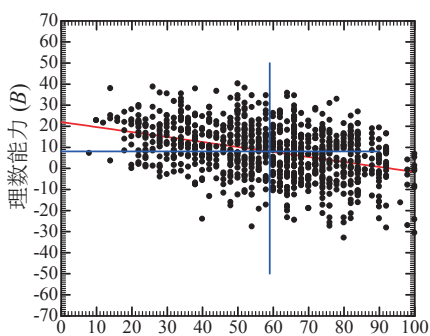
図-4 学力確認テストの素点と総合学力 A

Fig.4 Relationship between test scores and comprehensive thinking capability

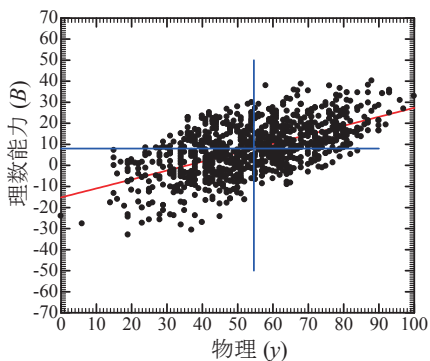
これは、数学の素点のばらつきが物理よりも大きいことを意味し、この傾向は物理の素点の高得点付近を除き全体的にみられる。実際、数学と物理の分散はそれぞれ 398 と 294 となり、数学が約 1.4 倍大きい。

3.3 理数能力

図-5(a), (b)には, (6)式によって求めた理数能力 B を数学と物理の素点で示した. 平均ラインは各軸と直交する直線で示している. B 値の平均は 8.03 を示し, この結果は母数全体としては物理的思考力が優位であることを意味する. 図-5(a)の数学の相関は負であり, 数学の素点が高いほど数学的思考力が優位になり, 一方図-5(b)の物理の相関は正であり, 数学と同様, 物理の素点が高いほど物理的思考力が優位になっていることを示す. 当然, この結果は表-3の負荷量 a_2 と b_2 が負と正を示すことから理解できる.



(a) 数学



(b) 物理

図-5 学力確認テストの素点と理数能力 B

Fig.5 Relationship between test scores and mathematical/physical thinking

4. 議論

第3章では数学と物理のテスト結果から, PCA 法による初年次学生の総合学力 A と理数能力 B といった新しい目的変数を求め, 初年次学生の基本的な分布特性を示した. 本章では学力確認テストの素点を区分毎に分けた場合の分布状態, また学習歴別や入試区分別による分布状態について, 二つの目的変数 A, B を導入し, それぞれ検討する. そして基礎力向上講座(数学)の受講推奨学生に関する選別について一考する.

4.1 素点区分による人数分布

学力確認テストの素点を C0 から C90 の 10 クラスに分け, クラス毎の人数 (n) 分布を調べた. 各クラスの学力確認テストの素点範囲は表-4 となる.

表-4 素点のクラス分け(x:数学, y:物理)

Table 4 Point classification for test

クラス	素点範囲	クラス	素点範囲
C0	$0 \leq x(y) < 10$	C50	$50 \leq x(y) < 60$
C10	$10 \leq x(y) < 20$	C60	$60 \leq x(y) < 70$
C20	$20 \leq x(y) < 30$	C70	$70 \leq x(y) < 80$
C30	$30 \leq x(y) < 40$	C80	$80 \leq x(y) < 90$
C40	$40 \leq x(y) < 50$	C90	$90 \leq x(y) \leq 100$

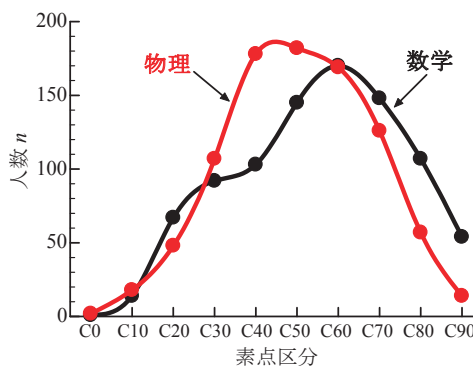
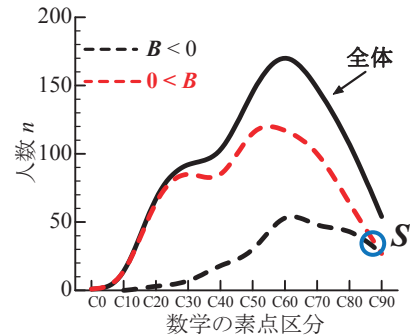


図-6 素点区分毎にわけた数学と物理の人数分布

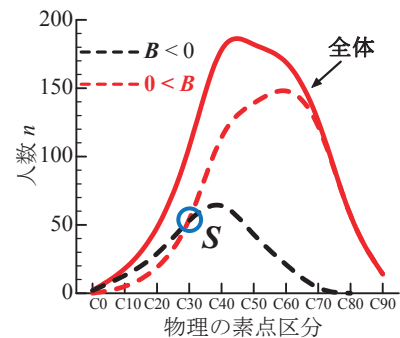
Fig.6 Mathematics and physics distribution according to point classification

図-6には数学 x の素点の観点からみた場合と物理 y の素点の観点からみた場合の各テストの素点区分に対する数学と物理の人数分布を示す。まず、数学は C60($60 \leq x < 70$)クラス付近で最大であり、当然これは平均点 59.0 の近傍を指している。そして C30($30 \leq x < 40$)クラス付近にショルダーを呈している。このショルダー部分は、最大値付近よりもかなり低い(約30点低い)素点区分に人数の集合体を持つことを意味する。次に物理は C40($40 \leq y < 50$)から C50($50 \leq y < 60$)クラスで最大を示し、これも平均点 (54.6 点)を反映している。すなわち、この全体の人数分布は、数学が複峰的、物理が単峰的である。平均値でいえば、数学の方が高く、分散でいえば物理の方で小さい結果を与えている。

体の人数と一致しているのがわかる。また物理の素点区分の C0 から C20 クラスまでは数学的思考力優位の学生の方が多いが、それ以上では反転し物理的思考力優位の学生が多く分布している。この2曲線の内包状態によって、全体の人数分布は物理では単峰的になっていることがわかる。



(a) 数学



(b) 物理

図-7 全体の人数分布の分割状態

($B < 0$: 数学的思考力優位, $0 < B$: 物理的思考力優位)

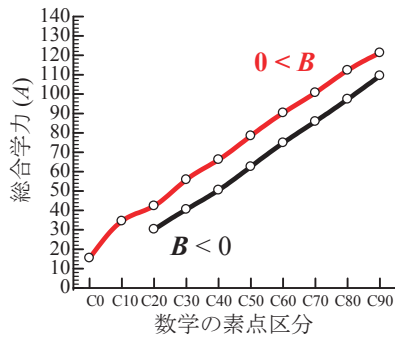
Fig.7 Number distribution of tests divided by mathematical/physical thinking

4.2 理数能力別による素点区分の人数割合

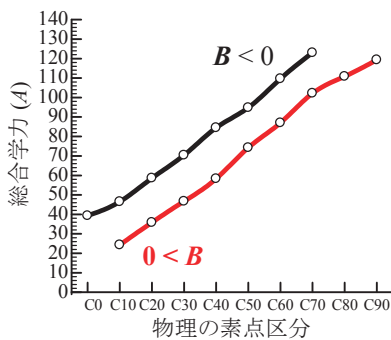
図-6 は数学と物理の全体の人数分布を素点区分に対して調べた結果であるが、更に PCA 法で得られた総合学力 A と理数能力 B から、全体の人数分布がどのような理数能力で配分されているか詳細に把握できる。図-7(a), (b)には、図-6 で示した数学と物理の全体の人数分布を理数能力の違いで分割した結果を破線で示す。図中の S 点は、数学と物理の理数能力の違いの人数が同数のところである。まず、図-7(a)の数学の場合、全体の C30 クラスでのショルダーは、物理的思考力優位の学生($0 < B$)の集合体によるものであることがわかる。更に C50 クラスにもピークを示している。一方、数学的思考力優位の学生($B < 0$)は C60 クラスでピークを示している。結局、理数能力の配分によって全体の人数分布は、この2曲線の内包状態で複峰的になっていることがわかる。また数学の素点区分全体での人数は、物理的思考力優位の学生の方が多いが、C90 クラスではじめて同数を示している。図-7(b)の物理の場合、数学的思考力優位の学生は C40 クラスをピークに対称的な分布を示している。そして物理的思考力優位の学生は C60 クラスをピークに物理の素点区分のハイクラス側が全

ここで、図-7 に内包している理数能力別の各分布曲線を総合学力に変換し、数学、物理の各テストの素点区分で示した結果が図-8(a), (b)である。図-8(a)の数学の場合、横軸の数学の素点区分に対する物理的思考力優位の学生は、該当する横軸の数学の素点区分よりも物理の素点の方が高く、一方、数学的思考力優位の学生は、数学の素点区分よりも物理の素点が低いことを意味する。その結果、総合学力は物理的思考力優位の学生の方が高く、その人数も

図-7(a)の結果が示すように多い。



(a) 数学



(b) 物理

図-8 素点区分に対する総合学力

($B < 0$: 数学的思考力優位, $0 < B$: 物理的思考力優位)

Fig.8 Comprehensive thinking capability for test score categories

図-8(b)の物理の場合、横軸の物理の素点区分に対して、数学的思考力優位の学生は、物理の素点区分よりも数学の素点が高く、物理的思考力優位の学生は、物理の素点区分よりも数学の素点が低い。ここで物理の素点区分が C80 クラス以上の場合、物理的思考力優位の学生のみとなっている。つまり、物理が C80 クラス以上と評価が良くても、数学の素点は該当する物理の素点以下であることを意味している。ところが数学の場合、図-7(a)、図-8(a)から物理が C80 クラス以上と評価が良い場合でも、物理的思考力優位の学生が存在し、物理の素点は横軸の数学の C80 クラス以上に及ぶところが異なる。これらの図-7と図-8の数学と物理の両結果を通じて、全体的には物理的思考力優位の学生が多いことから、

数学の素点に関係なく、初年次学生全体の数学力の向上が望まれる結果を示している。また、数学や物理の素点が C80 クラス以上になると、数学の成績が良いと物理の素点も数学以上に良いが、物理の成績が良くても数学の素点は物理以上にならないことも数学力を促進させなければならないと考えられる要素といえよう。

4.3 学習歴区分でみる学力

4.3.1 数学と物理

大学入学前の学習歴毎に数学と物理の平均素点を調べた。表-5には、9区分の学習歴毎の2科目の平均素点を示す。区分の分割は、表-2と同じである。数学と物理の平均素点が高かったのは区分 a、次に区分 h である。まず、区分 a は4科目すべての学習歴を持つ学生であり、しっかりと学習してきた結果といえる。これに対し区分 h は、化学基礎1科目だけ、つまり物理の学習歴がまったくないわけであるが、物理の平均が2番目によいし、しかも数学の平均はトップである。ただ区分 h は全体の0.4%と僅かであるので、特異的に成績のよい学生の集合であると考えたほうがよい。おそらく、入試区分で何か示唆できるかもしれない。

一方、数学平均と物理平均の両科目を加えた場合、もっとも低い区分 i は物理・化学系科目をひとつも学習してこなかった学生であり、その学習歴の結果が反映されたものといえる。区分 e は化学系2科目のみで物理の学習歴がなく、その結果、物理の平均が最も低くなっている。逆に、区分 d は物理系2科目のみの学習歴であるが、物理の平均が3番目によい。区分 g は物理基礎1科目であり、物理も低いが、より数学が低い。両科目が平均を超えていたのは区分 a だけであり、区分 h は数学が平均以上、物理ではほぼ平均である。ここで区分 h の人数割合は、全体の0.4%であることから議論から外すとして、この結果から言える事は、物理系と化学系を4科目しっかりと学習してきた学習歴がある学生は、理科の学習に重要な数学もしっかりと学力がついて

いると考えられる。

表一五 学習歴区分による数学及び物理の平均素点
Table 5 Average scores of mathematics and physics tests based on learning history

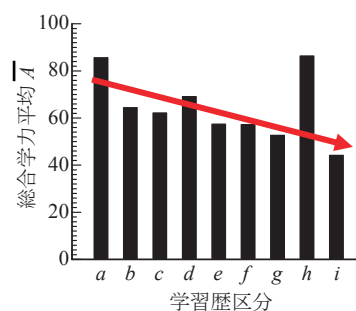
区分	物理基礎	物理	化学基礎	化学	数学平均	物理平均
<i>a</i>	○	○	○	○	63.1	58.5
<i>b</i>	○	○	○	……	44.8	47.5
<i>c</i>	○	……	○	○	50.4	36.5
<i>d</i>	○	○	……	……	46.8	52.7
<i>e</i>	……	……	○	○	47.7	32.2
<i>f</i>	○	……	○	……	40.6	41.1
<i>g</i>	○	……	……	……	36.0	39.7
<i>h</i>	……	……	○	……	67.5	54.0
<i>i</i>	……	……	……	……	30.0	33.6

4.3.2 総合学力平均と理数能力平均

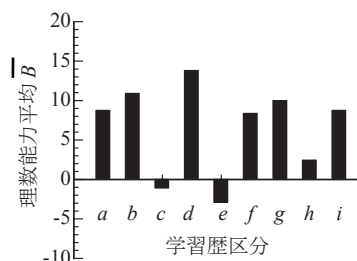
次に学習歴の違いが、総合学力や理数能力にどのような影響を与えているのかを検討する。図一9(a)は、各学習歴区分の総合学力の平均 \bar{A} の関係である。数学と物理の平均が高かった区分*a*と区分*h*は、総合学力も同程度に高い。また総合学力は区分*h*を除き、区分*a*から区分*i*に沿って順次、減少傾向であることが確認できる。言い換えれば、学習歴の科目数が多いほど、数学と物理による総合学力が高い傾向となるわけである。決して、高等学校等で身に着けた知識・スキルは、大学での学びに結びつかないことはないと考えられる。つまり、この結果から入学前の十分な基礎学力は、物理・化学系の学習にいかにか時間を費やしてきたかが根幹になることを、大学での初年次学生に対する指導材料として重要な情報を与えている。

次に学習歴区分と理数能力の平均 \bar{B} の関係を図一9(b)に示す。理数能力は正・負の平均であるので、その値は優位な方を表している。区分*c*と区分*e*は数学的思考力優位、それ以外の区分は物理的思考力優位を示している。まず、区分*c*と区分*e*は、学習歴が

どちらも化学系2科目で物理系は1科目若しくはなしである。この両区分は、物理を避けて学習した影響による結果として、数学の平均を物理よりも約15点高く与えている。区分*d*は物理的思考力がもっとも高く、その学習歴が物理全2科目である。これらの事から、物理を学習してきた成果は、学力確認テストの物理の結果に反映しているのがよくわかる。また、区分*h*は物理的思考力がもっとも低い、これは総合学力がトップレベルであることを踏まえると、表一五の区分*h*の数学の平均が67.5点であることが示すように、数学的思考力が高いレベルにあることで物理的思考力を見かけ上引き下げていることを意味する。



(a) 総合学力平均



(b) 理数能力平均

図一9 学習歴の違いによる総合学力平均と理数能力平均

Fig.9 Average values of comprehensive thinking capability and mathematical/physical thinking due to differences in learning history

4.4 総合学力と理数能力の関係

4.4.1 全体

これまで数学と物理に対する理数能力および総合学力の関係を独立に示してきたが、図-10には2つの目的変数の一次相関を調べた結果を示す。その結果、母数全体の総合学力と理数能力の目的変数間に、相関がまったくなく(相関係数: 8.98×10^{-4})、両目的変数は、お互いに別のカテゴリーであることが理解できる。

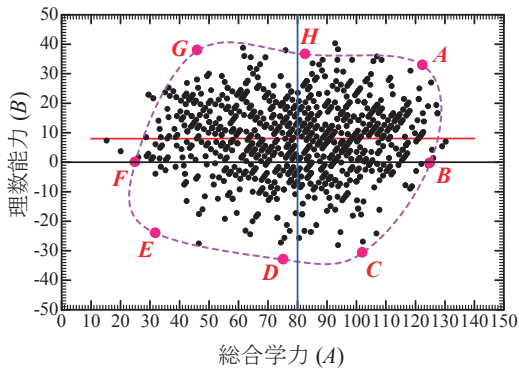


図-10 全体の総合学力 A と数理能力 B の関係

Fig.10 Relationship between comprehensive thinking capability and the mathematical/physical thinking

表-6 総合学力の平均以上と以下で振り分けた理数能力の配分

Table 6 Mathematical/physical thinking divided by above and below the average value of comprehensive thinking capability

総合学力 A	理数能力 B (%)		合計 (%)
	数学的(B<0)	物理的(0<B)	
平均以上	13.2	38.6	51.8
平均未満	12.2	36.0	48.2
合計 (%)	25.4	74.6	100

次に図-10の特性から、理数能力 B 値の正・負と総合学力 A の平均の上・下で4分割した人数割合を表-6に示す。総合学力の全域において、物理的思考力優位の学生は全体の約75%を占めている。このことは、3.3の理数能力そして4.2の人数割合で述べ

たことと一致する。さて、総合学力 A と理数能力 B には、数学と物理の素点のデータを含んでいる。そこで、これらの目的変数と素点との関係を論ずる。まず、図-10に示すように全データを囲むような閉ループを任意のデータ点 A から H まででつくり、それを破線で繋げる。これらのデータ点は特性上で特徴付けられる座標点である。各座標点の特徴を説明する。総合学力が平均以上の座標点は A, B, C, H であり、横軸が右側ほど高い。縦軸の理数能力は、プラス側に大きくなるほど物理的思考力優位に傾き、この場合座標点 A, H, G に当たる。逆にマイナス側に大きくなるほど数学的思考力優位に傾き、この場合座標点 C, D, E に当たる。すると零付近の座標点 B と F は、どちらにも傾いていないわけであるが、言い換えれば総合学力に関係なく数学と物理の成績のバランスが取れている傾向であることを意味する。つまり理数能力の大きさは、総合学力に依存していないわけである。

表-7 図-10の各座標点での数学と物理の素点

Table 7 Mathematics and physics scores at each coordinate point

座標点	数学 x	物理 y	総合学力 A	理数能力 B
A	78	100	122.5	32.84
B	100	75	125.0	-0.3693
C	100	37	102.1	-30.70
D	80	19	75.30	-33.02
E	40	0	31.93	-24.09
F	20	15	25.00	-0.07387
G	14	58	46.11	37.86
H	44	79	82.71	36.56

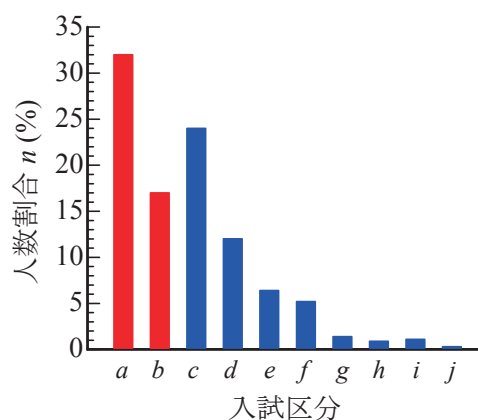
表-7には A から H までの各座標点の値と、それに対する数学と物理の素点を示す。座標点 A と B は総合学力が共に高く、A は物理100点、数学78点、そして B は数学100点、物理75点である。この場合、総合学力は分散が大きい数学で100点であった B で少

し高く与えられるわけである。また、座標点 B の理数能力は 0 に近いのであるが、上述した様に数学と物理が共に高い素点による比較的バランスの取れた成績を意味している。特に、座標点 F でこのことが顕著である。つまり座標点 F は座標点 B とは逆に総合学力がもっとも低く、更に数学と物理の素点に差がより少ないことから、理数能力がもっとも 0 に近く与えられている。次に座標点 C と D は共に数学が高い素点である一方、物理が非常に低い素点であるため、理数能力として、数学的思考力が大きく優位となる結果を与えている。そして座標点 G と H は理数能力がほぼ同じ約 37 であるが、総合学力は数学の素点で約 30 点、物理の素点で約 20 点高い H の方が優れた結果を与えている。この場合、座標点 H の数学の素点は平均より 15 点低いが、物理の方が平均よりかなり高い素点であるため、総合学力としては平均よりやや高く評価されている。全体を通して言えることは、この分布特性が単に数学や物理の素点の高・低だけでなく、数学と物理を融合した総合学力を判断し、更に学生が数学と物理のどちらの素養が優位であるかの評価を与えることを可能にしている。

4.4.2 入試区分別

多様な入試区分で入学した初年次学生の数学と物理の基礎学力を、入試区分別に把握することは、学習歴での調査と同様、入学後の正課授業の理解を促進させるための情報として重要であるし、強いては入試制度の対策としても有用と考える。学力確認テストを受けた学生の入試区分別の人数割合を図-11に示す。入試区分は 10 区分に分かれ、その中でも一般 $a \cdot b$ (区分 a と b) と推薦 c (区分 c) の入試区分を合わせると、本年度の入学生は全体の約 73% を占める主力となる。これらの入試区分別に総合学力と理数能力の分布を調べた結果を図-12(a)から図-12(j)に示す。●印は全体の分布であり、●印が該当の入試区分である。それぞれの平均は縦横の直線で示している。破線が基準としての全体、実線が該当区分

の平均である。これらの図を眺めると、該当の入試区分の分布状態がよくわかる。



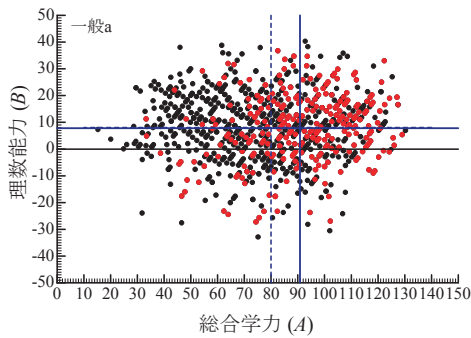
区分	形態
a	一般 a
b	一般 b
c	推薦 c
d	推薦 d
e	推薦 e
f	推薦 f
g	推薦 g
h	推薦 h
i	推薦 i
j	推薦 j

図-11 入試区分別の人数割合

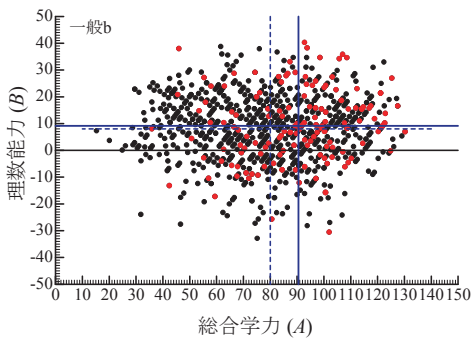
Fig.11 Enrollment ratio by entrance examination category

順次、分布の平均値を記述すると、まず図-12(a), (b)に示す一般 $a \cdot b$ (区分 a と b) は、総合学力が a で 90.8 , b で 90.5 のほぼ同じとなる約 91 である。理数能力は a で 7.82 , b で 9.13 である。人数は、 a の方が b の約 1.9 倍と多い。次に、図-12(c)の推薦 c (区分 c) は、人数が一般 a の約 0.76 倍、総合学力は 80.6 で全体の平均(80.3)とほぼ同じである。そして理数能力は 6.43 となり、一般 $a \cdot b$ よりも小さく数学的な思考寄りである。図-12(d)の推薦 d (区分 d) は、人数が一般

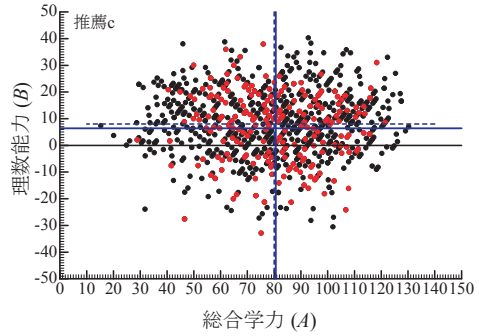
aの約0.36倍, 総合学力が63.0, 理数能力が8.40, 図-12(e)の推薦e(区e)は人数が一般aの約0.20倍, 総合学力が50.8, 理数能力が12.1, 図-12(f)の推薦f(区分f)は, 人数が一般aの約0.16倍, 総合学力が58.8, 理数能力が7.47となった. 更に推薦に関していえば, 図-12(g)の推薦g(区分g)は, 人数が一般aの約0.045倍, 総合学力が61.1, 理数能力が8.99, 図-12(h)の推薦h(区分h)は, 人数が一般aの約0.028倍, 総合学力が84.4, 理数能力が1.80となった. また図-12(i)の推薦i(区分i)は, 人数が一般aの約0.035倍, 総合学力が72.8, 理数能力が10.2, 図-12(j)の推薦j(区分j)は, 人数が一般aの約0.010倍, 総合学力が53.6, 理数能力が13.4であった.



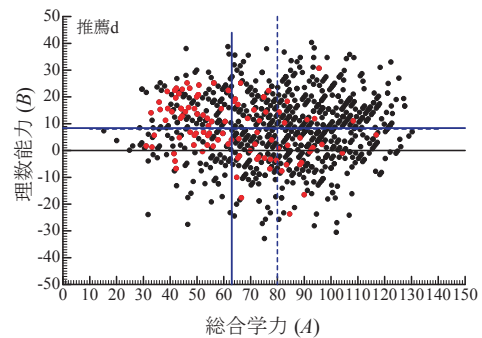
(a) 一般 a



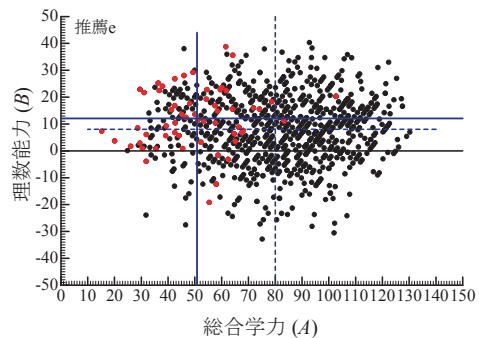
(b) 一般 b



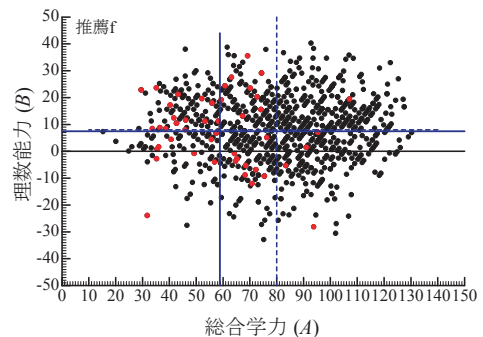
(c) 推薦 c



(d) 推薦 d



(e) 推薦 e



(f) 推薦 f

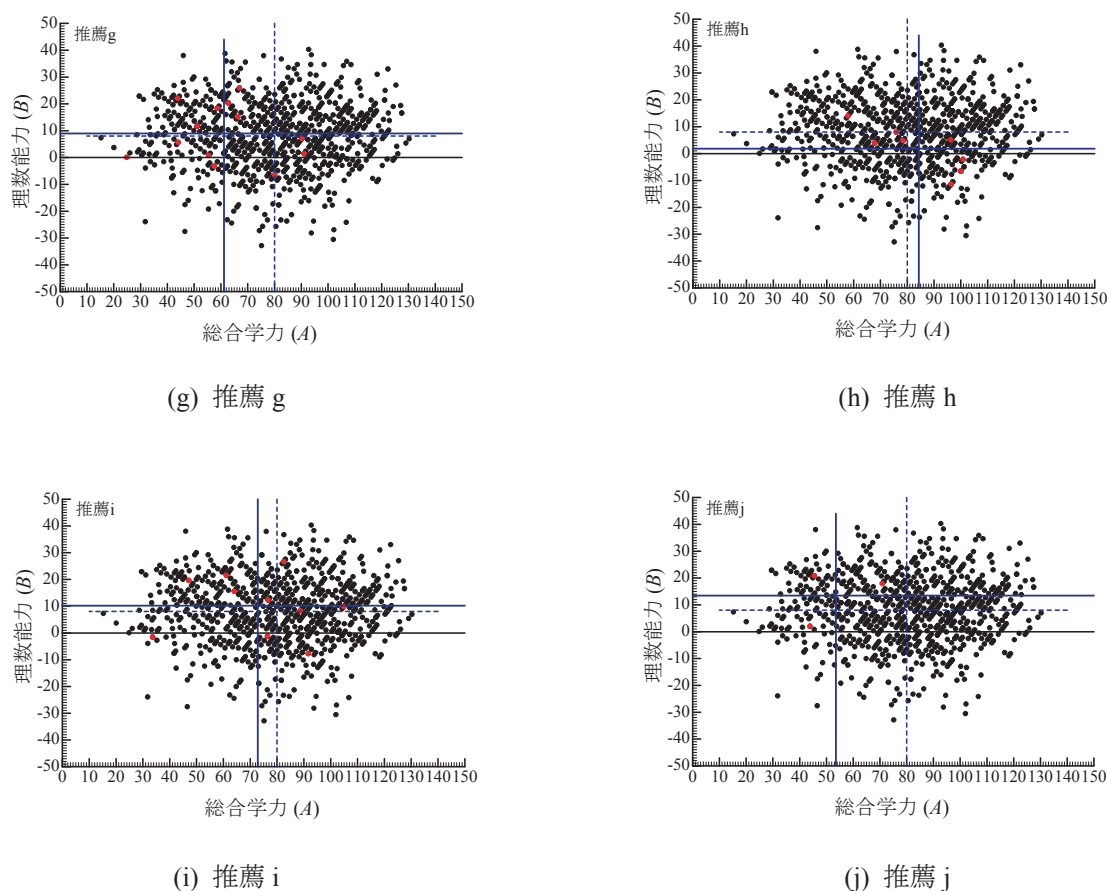


図-12 入試区分毎の総合学力と理数能力の関係

Fig.12 Relationship between comprehensive thinking capability and mathematical/physical thinking by entrance examination category

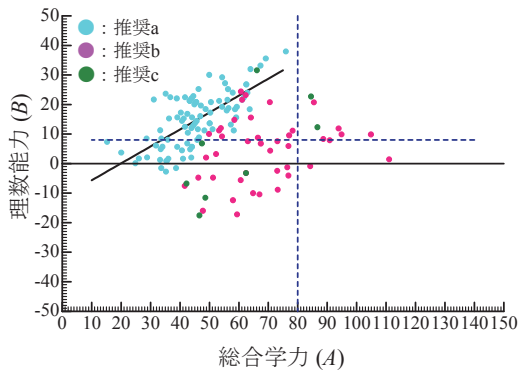
以上のデータを検討する。入学生が多い主力となる入試区分に着目すると、総合学力は一般入試区分がもっとも高く平均以上を示し、次に推薦入試区分で人数がもっとも多い推薦 c がほぼ平均となった。逆に、もっとも総合学力が低かったのは、推薦入試区分で人数が3番目に多い推薦 e であり、その反面、理数能力は推薦入試の中でもっともプラス側に大きいのであるが、総合学力の結果と合わせると数学力が弱いことを意味する。これらの結果、初年次教育では入試区分が推薦 e の学生には、特に数学科目を初年次教育の段階できめ細かく指導することが必要であろう。更に、入学生人数は一般入試 a の約 0.028 倍と僅かであるが、注目に値するのは推薦 h の場合

である。平均の総合学力は全体より平均以上の 84.4、そして理数能力では全入試区分内でもっとも数学的思考寄りである。さて、4.3.1 で述べた学習歴が区分 h の学生の入試区分を調べてみると、約 8 割が一般入試と推薦 c であった。つまりこの場合、学習歴の区分 h の学生の実験学力に関しては、学習歴よりも入試区分による影響が大きいと示唆できる。

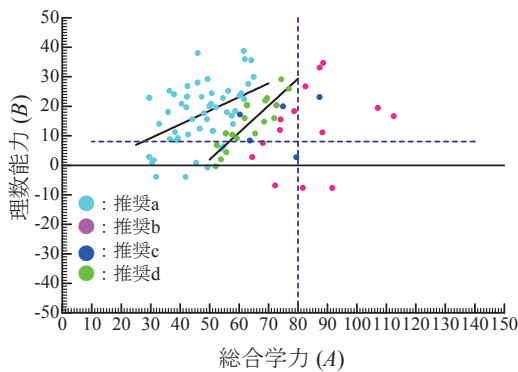
4.4.3 基礎力向上講座推奨学生

教育センター教員が担当する基礎力向上講座の受講は、原則としてすべての初年次学生を対象にしている。特に数学は、学力確認テストの数学の結果を踏まえて、学力的に受講の必要がある学生を基礎力向上講座(数学)の推奨学生として選別している。基

礎力向上講座は、図-1で説明したように正課授業と密接に関連しているため、受講の推奨を受けた学生は、本講座を受講することで関連する正課授業の理解を深めることに繋がる。そこで、学力確認テストを受け、基礎力向上講座(数学)の受講の推奨を受けた学生を、総合学力と理数能力の関係で検討する。



(a) デザイン・サイエンス系



(b) エンジニアリング系

図-13 基礎力向上講座(数学)の受講推奨学生分布
Fig.13 Distribution of students recommended to take supplementary course on mathematics

図-13(a), (b)は学力確認テストを受け、受講の推奨を受けた学生の分布状態である。図中の破線は平均値である。受講を推奨する学生は、学力確認テストの結果によって決めるのであるが、専門学科の系によって異なり、大別してデザイン・サイエンス系とエンジニアリング系の二つに分けている。まず、図-13(a)のデザイン・サイエンス系の推奨 a は正課

授業の「解析学 I」、「解析学 I 演習」を受講する学生に対応している。推奨 b は、推奨 a 以外で数学 III の学習歴のない学生である。推奨 c は学習歴が不明で、かつ数学の素点が学科内で平均以下の学生である。次にエンジニアリング系の推奨 a は、正課授業の「解析学 I 演習」、「解析学 II」、「解析学 II 演習」に対応している。推奨 b と推奨 c は、デザイン・サイエンス系と同じ対応である。そして推奨 d は、エンジニアリング系だけにあり正課授業の「解析学 II」のみ対応している。

まずデザイン・サイエンス系の分布から次のことがわかる。推奨 a は総合学力が全員平均以下であり、理数能力がほとんど物理的思考力優位となっている。そして一次相関は正の傾きとなり、総合学力が上昇すると理数能力の大きさも増えている。つまり、この総合学力の上昇は、図-10における座標点 F から座標点 H の方向に向いていることから理解できるように、特に物理の素点の増加によるものである。推奨 b の学生は、推奨 a と明らかに分布が異なっているのがわかる。特に、総合学力は平均以上にまで伸びていることである。また推奨 a では、その分布がほとんどみられなかったが、総合学力が平均以下の領域では、理数能力が数学的思考力優位の学生も存在している。つまり、総合学力が平均以下、かつ数学的思考力優位の学生は、数学より物理の素点が低く、また平均以上の学生は、数学より物理の素点が高くなった結果である。推奨 c の学生数は少なく、分布としては推奨 b に類似している。

次に図-13(b)のエンジニアリング系をみてみると、推奨 a の分布はデザイン・サイエンス系と類似している。これは「解析学 I 演習」の共通の正課授業に対応しているためである。推奨 b はデザイン・サイエンス系と同様、総合学力が平均以上にも分布が確認されるが、違いとしては総合学力が平均以下において理数能力が数学的思考力優位の学生がほとんどみられないことである。この場合は、数学より物理の素点が高くなった結果である。推奨 c の分布

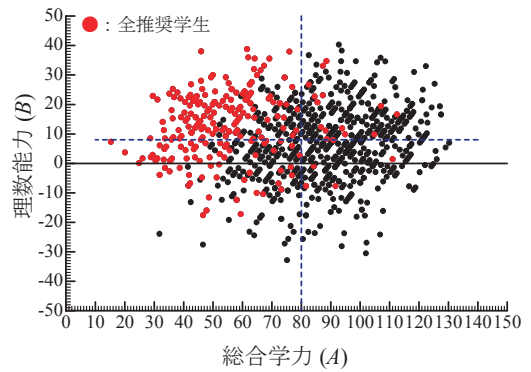
は、デザイン・サイエンス系と推奨条件が同じであるので類似している。推奨 d の分布は、推奨 a と類似するものの全体的に総合学力が高い方向にシフトしているのがわかる。これは正課授業の「解析学 II」対応であることから理解できる。

表一八 推奨学生の総合学力平均と理数能力平均
Table 8 Average values of comprehensive thinking capability and mathematical/physical thinking of students recommended to take supplementary course on mathematics

推奨	デザイン・サイエンス系		エンジニアリング系	
	総合学力平均	理数能力平均	総合学力平均	理数能力平均
a	45.6	14.8	47.5	17.3
b	68.6	4.36	83.1	12.9
c	60.6	4.12	73.3	14.1
d	63.6	14.4

表一八にはデザイン・サイエンス系とエンジニアリング系の各推奨学生の総合学力と理数能力の平均値を求めた結果を示す。推奨 a の総合学力平均値は、系に関係なくほぼ同じ値を示している。この推奨 a の総合学力平均値は、もっとも低く、かつ理数能力平均がもっとも物理的思考力優位となっている。つまり、もっとも基礎力向上講座(数学)への受講が望まれる学生である。逆に総合学力平均がもっとも高いのは、両系共に推奨 b の学生である。特にエンジニアリング系においては、全体の平均(80.0)以上を示している。デザイン・サイエンス系の推奨 b と c の理数能力平均値は、エンジニアリング系に比べ 1/3 程度である。この理由に関しては、既に上述している。推奨 a から推奨 c の学生を両系で比較すると、数学・物理の学力を融合した総合学力平均と理数能力平均は、すべての推奨でエンジニアリング系の方が高くなった。つまり全体の傾向からすると、基礎力向上講座(数学)の推奨を受けたエンジニアリング系の学生は、デザイン・サイエンス系の学生よりも

総合学力平均が高く、物理的思考力が優位である結果となった。ここで推奨を受けなかった学生との違いを総合学力と理数能力の分布からみしてみる。



図一四 基礎力向上講座(数学)の全体の受講推奨学生の分布

Fig.14 Distribution of all students recommended to take supplementary course on mathematics

図一四に全推奨学生の分布を示す。図中の●印が数学の素点を基本データとして選別された全推奨学生である。推奨学生は、総合学力が平均以下で物理的思考力優位の領域に分布が集中し、総合学力が低くなるほど分布が強い傾向にある。また、推奨学生は、総合学力が平均以上で物理的思考力優位の領域にも点在している。一方、推奨を受けていない学生が、推奨学生が集中分布している領域に点在しているのもわかる。基礎力向上講座(数学)の受講推奨学生は、あくまでも数学の素点で決めているので、総合学力と理数能力の相関からは、物理の素点状況も把握できる結果、このような分布特性を形成している。すると、基礎力向上講座(数学)への受講推奨学生を可視化した分布状況を考慮すると、基礎力向上講座(数学)への推奨学生の条件として次のように提案することができる。

「学力確認テストの結果から、総合学力が平均以下の学生において、その内、数学の推奨学生は理数能力がプラス値になっている、物理の推奨学生はマイナス値になっているそれぞれの学生が基礎力向上講

座の受講に推奨される。」とするものである。例えば、この条件で実施した場合、表-6 のデータから言えることは、基礎力向上講座(数学)の推奨学生は母数の 36.0(%)、基礎力向上講座(物理)の推奨学生は 12.2(%)となり、全体の 48.2(%)に相当する。物理に関しては、学力確認テストの結果を活用せずに全員受講するように正課授業の物理学 a で連携しているが、特に学力確認テストの結果を活用する意味において受講の推奨を促してもよいと思われる。本年度は、実際、従来の方で(学力確認テストの数学の結果から)推奨された学生は母数の 25.5(%)であった。すると、従来の方よりも約 10%程度増加するが、数学の素点に関係なく全体の数学力を底上げするためには、この結果はマイナスにはならないと考えられる。

5 結論

本年度の数学と物理の学力確認テストの結果に、PCA 法を導入し、初年次学生の総合学力と理数能力といった新しい目的変数によって、初年次学生の基礎学力の分布をはじめて調べた。本稿では、この分布特性の活用例として、(i) 学習歴、(ii) 入試区分別、(iii) 基礎力向上講座(数学)の推奨を受けた学生、それぞれについて検討し、その有効性を確認した。すなわち、この分析法は初年次教育段階で入学時の学力分散を低減させ、専門の工学教育課程にスムーズに繋げるために必要な情報を与えると考える。

今後、教育センターとしては、学力確認テストの結果を経年変化で追跡調査していく。同時に、新しく分析法として導入した PCA 法によって、大学入学後の教育センター担当授業と主要専門教育科目との相関等も、理数能力でなく新しい目的変数で調べる手段として展開していきたい。

謝辞

本稿をまとめるにあたり、教育センター数学担当の八尾隆先生には、基礎力向上講座(数学)推奨学生の選別に関するご助言を、また、教務課の逢坂敏裕様からは分析に必要な学力確認テストの結果のデータを提供して頂いた。

参考文献

- (1)東北大学高等教育開発推進センター編;「大学における初年次少人数教育と「学びの転換」」,東北大学出版会
- (2)山田礼子 監訳;「初年次教育ハンドブック—学生を「成功」に導くために—」,丸善株式会社
- (3)村上正康,掛下伸一 共著;「新統計学シリーズ=3 統計のための数学1」,培風館
- (4)柳井晴夫,高根芳雄 共著;「現代人の統計2 新版 多変量解析法」,朝倉書店
- (5)永田靖,棟近雅彦 共著;「多変量解析入門」,サイエンス社
- (6)柴山直;「欠測値を含む多変量データのための主成分分析的方法」,教育心理学研究 第40巻,第3号,pp.257-265 (1992)
- (7)森裕一,飯塚誠也;「主成分分析における変数選択手法の考察」,岡山理科大学紀要 第38号A,pp.105-112 (2002)
- (8)近藤みゆき;「近赤外分光法による食品の化学的分析」,名古屋文理大学紀要 第7号,pp.23-28 (2007)