博　士　論　文

（　　　2015 年　　12 月　　1 日　提出）

論文題目　シミュレーションによる
議席配分方式の偏りに関する研究

指導教員　一森　哲男　㊞

大学院 情報科学研究科
博士後期課程　情報科学　専攻

申請者氏名　ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー　㊞

大阪工業大学大学院

博士論文

論文題目

シミュレーションによる

議席配分方式の偏りに関する研究

ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー

論文概要

議会制をとる多くの国々では，国全体を複数の地域に分割して，その地域の中から代表者として議員を選んでいる．このとき，各地域の人口にできるだけ比例するように，議席を配分することは重要ではあるが，一般には，完全比例，すなわち，１議席当たりの人口をすべて同じ値にすることは不可能である．しかしながら，現実には，各国では，さまざまな議席配分方式でこれに対処している．どの配分方式が一番人口比例に近いのかは今でもまだ分かっていない．さまざまな方式の中から唯一の最善の配分方式を見つけるため，本研究では議席配分方式の偏りを考えた．

有名な配分方式は，最大剰余方式と除数方式である．最大剰余方式はとても分かりやすい方式ではあるが，現代の議席配分の研究では除数方式と呼ばれる配分方式のクラスに限定して行なっているのが一般的である．その理由は，このクラス以外の配分方式では，「Alabama パラドクス」や「人口パラドクス」といった奇妙な現象が起こるからである．

最近，除数方式のクラスの真部分集合として，Stolarsky 平均を用いた緩和除数方式という配分方式が提案されている．この方式はさまざまな好ましい性質を持つことが判明しているため，本論文では，緩和除数方式を研究対象とする．この方式も除数方式と同様，無限個の配分方式を含むクラスであるが，すべての方式は 1 つのパラメータ θ を用いて表現できるため，扱いが簡単である．

本論文では，緩和除数方式の中でどの方式が一番好ましいのかを，配分方式の偏りの観点から議論した．配分方式の偏りを測るため，よく知られている Balinski と Young の尺度と Ernst の尺度を用いた．これらの尺度では，人口の多い州（大州）と少ない州（小州）を定義する必要があるが，大きい・小さいは主観的なもので，大州と小州の定義の仕方により偏りの結果が異なってくる可能性もある．そこで，本論文では，このような定義を必要としない新しい尺度 B も使用して，緩和除数方式の偏りを調べた．

本論文は，シミュレーション・プログラムを作成し，1960 年度から 2010 年度のアメリカの各州の実際の人口を対象とし配分方式の偏りを調べた．このとき，パラメータ θ の値は整数に限定した．また，各年度の人口をそのまま利用し配分方式の偏りを求めるのではなく，各州の人口をある程度増減させ，平均的な偏りの値を求め，その値を配分方式の偏りとした．実際，緩和除数方式では人口をある程度増減させても，州に配分される議席数は変化しない．そこで，その議席数が変化しない範囲内で，各州の人口をランダムに選んだ．そうすることにより，各年度の 実際の人口から，10 万組のランダムな人口を作成し，それぞれの配分方式の偏りを算出した．このとき，上記の 3 つの尺度を用いて偏りを計算した．

シミュレーションの結果により，3 つの偏り尺度では，パラメータθ が 2 のときに偏り値が一番 0 に近づき，パラメータθ が 2 の Webster 方式の偏りが一番少ないことが分かった．

また，人口，州の数および議席総数が異なる日本とタイを対象に，配分方式の偏りを調べた．その結果では，州の数が 50 で議席総数 435 席のアメリカでは，θ が 2 のとき尺度 BY, ER および B の偏り値が 0 に近い．そして，州の数が 47 で議席総数 300 席の日本でも，θ が 2 のとき尺度 BY および B の偏り値が 0 に近い．また，州の数が 77 で議席総数 375 席のタイでも，θ が 2 のとき尺度 BY および B の偏り値が 0 に近い．その結果，θ が 2 の Webster 方式の偏りが一番少ないことが分かった．

本論文は，5 章で構成されており，その構成を以下に述べる．1 章では，本論文の背景と目的について述べる．2 章は配分方式の最大剰余方式，除数方式および緩和除数方式を説明し，5 つの有名な除数方式と緩和除数方式の関係を述べる．3 章では，議席配分の偏りを判断規準として，唯一の値を決めるため，シミュレーションを用いて 2 つの有名な偏りの尺度（Balinski と Young の尺度と Ernst の尺度）および新しい B 尺度も使用し，3 つの尺度による偏りの値を比較検討した．最後に，4 章で結言を述べる．

目次

1章 緒言

1. 背景

議会制をとる多くの国々では，国全体を複数の地域に分割し，その地域の中から代表者として議員を選んでいる．ここで重要なのは，各地域の人口に比例するように，議席を配分することである．しかし，現実問題として人口に厳密に比例して，議席を配分することは不可能である．そこで，各地域の人口にできるだけ比例するように議席を配分する．

従来，よく使用されてきた配分方式は最大剰余方式である．しかし，この方式には，Alabamaパラドックスと呼ばれる奇妙な現象が生じる．1880年のアメリカで，議席総数が299のとき，Alabama州は8議席を受け取るのに，議席総数を300にすると同州に配分される議席数は7に減少した．この現象は当時の議会に大きな衝撃を与えた［1］．

Alabamaパラドックス以外にも，いくつかのパラドックスが知られており，中でも，人口パラドックスは人口が減少した地域が増加した地域から議席を奪う現象で，最も避けたいパラドックスといわれている．BalinskiとYoungは除数方式だけがこの人口パラドックスを避けることを発見した．ただし，除数方式はひとつの配分方式ではなく，無数の配分方式を含む配分方式のクラスである．その中で，特に有名なものとして，以下の5方式が知られている（Daniel Webster に因んで名づけられたWebster方式，James Deanによって提唱されたDean方式，Joseph A Hillが提唱したHill方式，John Quincy Adamsが考慮したAdams方式，Thomas Jeffersonが考慮したJefferson方式）．

配分方式はすべて，人口の多い州（大州）に有利，人口の少ない州（小州）に有利などの欠点を有する．その大州・小州有利に対してBalinskiとYoungは配分方式の大州と小州への偏りについて議論し，すべての除数方式の中でWebster方式がもっとも偏りの少ない方式であると主張した［1］．しかし，Ernst がWebster方式の大州と小州への偏りが最小という点に関しては，Webster方式ではなく，Hill方式であると反論した［2］．

本論文では，どの方式が一番公正であるのかを考えたるために配分方式の偏りを考慮した．

2. 本研究の目的

除数方式のクラスには，あまりにも多数の配分方式が含まれており，その範囲が大きすぎるようである．最近，議席配分方式として緩和除数方式が提案され，多くの好ましい性質を持っていることが判明している．そのため，ここでは，緩和除数方式を研究対象とした．また，配分方式の優劣の基準として，配分方式の与える偏りは，従来より，非常に重要視されてきた．しかしながら，偏りを測る決定的な「ものさし」が存在しないため，この問題をより困難なものとしてきた．本論文では，「ものさし」を尺度と呼ぶことにし，緩和除数方式の偏りを調べた．

そのため本論文では，3つの尺度を用いて，緩和除数方式を用いて得られた結果を比較検討した．緩和除数方式の丸め関数はパラメータを含むため，緩和除数方式は 1つの配分方式を表しているのではなく，無限個の配分方式のクラスを構成している．ただ，必要なものは唯一の配分方式であるため，パラメータの値を唯一に決める必要がある．本論文では，配分方式の持つ，議席配分の偏りを判断規準として，その唯一の値を決めることにする．

本論文は，アメリカ，日本およびタイの各州の人口を対象にして，3か国の州の数と議席総数に対して，配分方式の偏りの計算を行った．妥当な結論を得るため，実際の人口を少し変動させ，結果を平均化することにより，配分方式の偏りを定めた．

2 章　緩和除数方式

2.1 はじめに

本章の2.2では，最大剰余方式と5つの有名な除数方式 : Adams方式，Dean方式，Hill方式，Webster方式，Jefferson方式について簡単に説明する．実のところ，この除数方式のクラスには以上の5方式だけではなく，あまりにも多数の配分方式が含まれており，その範囲が大きすぎるようである．そのため，本論文では，緩和除数方式という特別なクラスの除数方式を研究対象とした（本章2.3）．緩和除数方式は当然Alabamaパラドックスを許さない配分方式のクラスであり，その他，さまざまな好ましい性質を持つことが判明している．この方式は除数方式同様，無限個の配分方式を含むクラスであるが，すべての方式は1つのパラメータ θ を用いて表現できるため，扱いが簡単である．このパラメータをさまざまな値に設定することにより，さまざまな配分方式を表現できる．そこで，本章の2.4では，緩和除数方式の定義と5つの有名な除数方式の関係を述べる．

2.2 配分方式

2.2.1 最大剰余方式

この方式は考案したAlexander Hamiltonに因んでHamilton方式と呼ばれることもある．最初に，この方式を説明する．

州の数を s とし, 州 i の人口を p_i とする. 総人口を p として, 議員定数を h とする. 州 i の取り分という理想比例配分値を $q_i = h * (p_i/p)$ で定義する. 各州に取り分の整数部の議席が割り当てられ, 残りの議席は剰余の最大の州から 1議席ずつ追加し, 配分される. このため最大剰余方式という名称が与えられている.

表2.1　最大剰余方式の例

州	人口	取り分 (商)	取り分 の整数部	取り分 の剰余部	議席 配分
A	2,560	2,560／594.1 = 4.31	4	.31	4
B	3,315	3,315／594.1 = 5.58	5	.58	6
C	995	995／594.1 = 1.67	1	.67	2
D	5,012	5,012／594.1 = 8.44	8	.44	8

例：ある国を考える，州の数は4で，議席総数は20とする．最大剰余方式の議席配分は表2.1 のようになる．取り分の整数部の総和は18なので，あと2席が残る．取り分の剰余の値の大きい2州に1議席ずつ追加する[表2.1].

最大剰余方式はとても分かりやすい．しかし，Alabamaパラドックスや人口パラドックス[1]を許すため，以下の除数方式(Divisor Method)といわれる方式が主な研究対象となった.

2.2.2 除数方式

一般に，除数方式とは，x という除数を使って，各州 i の人口を x で割って，商p_i/xを計算し，以下で説明する丸め関数 $d(a)$（ここで、a の値は 0 以上の整数）を用いて商を整数に丸めることにより議席配分を決める配分方式のことである.

除数方式として有名なAdams方式，Dean方式，Hill方式，Webster方式，Jefferson方式の5つの除数方式を以下に説明する.

表2.2　Adams方式の例

州	人口	商	商の整数部	商の剰余部	議席配分
A	2,560	2,560／650 = 3.94	3	.94	4
B	3,315	3,315／650 = 5.10	5	.10	6
C	995	995／650 = 1.53	1	.53	2
D	5,012	5,012／650 = 7.71	7	.71	8

- Adams方式 : John Quincy Adams によって提唱された方式である．商p_i/xの剰余を切り上げた値を各州　i　の議席と定義する．切り上げ方式とも呼ばれている［表2.2］．

表2.3　Dean方式の例

州	人口	商	切り捨て(1)	切り上げ(2)	(1) + (2)の調和平均	議席配分
A	2,560	2,560/600 = 4.27	4	5	4.44	4
B	3,315	3,315/600 = 5.53	5	6	5.45	6
C	995	995/600 = 1.66	1	2	1.33	2
D	5,012	5,012/600 = 8.35	8	9	8.47	8

- Dean方式 : James Dean によって提唱された方式である．商 p_i/xの剰余を切り上げた値と切り捨てた値の調和平均を用いる．商 p_i/xがその平均以下ならば，剰余を切り捨てた値を, その平均以上ならば, 剰余を切り上げた値を各州 i の議席数と定義する［表2.3］.

- Hill方式 : Joseph A Hill　によって提唱された方式である．アメリカの下院の各州への配分に用いられている。商 p_i/xの剰余を切り上げ値と切り捨てた値の幾何平均を用いる．商 p_i/xが幾何平均以下ならば，剰余を切り捨てた値を，幾何平均以上ならば，剰余を切り上げた値を各州 i の議席数と定義する［表2.4］．

表2.4　Hill方式の例

州	人口	商	切り捨て(1)	切り上げ(2)	(1)と(2)の幾何平均	議席配分
A	2,560	2,560/600 = 4.27	4	5	4.47	4
B	3,315	3,315/600 = 5.53	5	6	5.48	6
C	995	995/600 = 1.66	1	2	1.41	2
D	5,012	5,012/600 = 8.35	8	9	8.49	8

- Webster方式：Daniel Webster によって提唱された方式である．商 p_i/xの端数を四捨五入した値を各州 i の議席と定義する．四捨五入方式とも呼ばれている［表2.5］．

表2.5　Webster方式の例

州	人口	商	商の整数部	商の剰余部	議席配分
A	2,560	2,560／600 = 4.27	4	.27	4
B	3,315	3,315／600 = 5.53	5	.53	6
C	995	995／600 = 1.66	1	.66	2
D	5,012	5,012／600 = 8.35	8	.35	8

- Jefferson方式：Jeffersonによって提唱された方式である．D'Hondt方式とも呼ばれる．日本の比例代表制において議席の配分決定に使われている方式でもある．商 p_i/xの剰を切り捨てた値を各州 i の議席と定義する．切り捨て方式とも呼ばれている［表2.6］．

表2.6　Jefferson方式の例

州	人口	商	商の整数部	商の剰余部	議席配分
A	2,560	2,560/550 = 4.65	4	.65	4
B	3,315	3,315/550 = 6.03	6	.03	6
C	995	995/550 = 1.81	1	.81	1
D	5,012	5,012/550 = 9.11	9	.11	9

上記で述べた，Adams方式，Dean方式，Hill方式，Webster方式，Jefferson方式の5つの除数方式の商の丸め方は以下のように丸め関数$d(a)$を用いて説明することができる．すなわち，$d(a-1) < p_i/x < d(a)$ ならば$a_i = a$ とし，$p_i/x = d(a)$ ならば$a_i = a$ または$a_i = a+1$ とする．丸め関数 $d(a)$ は狭義の増加$d(a) < d(a+1)$ で，$a \leq d(a) \leq a+1$ を満たす．それぞれの 5つの除数方式の丸め関数を［表2.7］に示す.

表2.7　5つの有名な除数方式の丸め関数

方式	Adams	Dean	Hill	Webster	Jefferson
$d(a)$	a	$\dfrac{a(a+1)}{a+\frac{1}{2}}$	$\sqrt{a(a+1)}$	$a+\dfrac{1}{2}$	$a+1$

2.3 緩和除数方式

最近，除数方式のクラスの真部分集合として，Stolarsky平均を用いた緩和除数方式が提案されている［14］. この方式はさまざまな好ましい性質を持つことが判明しているため［6, 8，9，10，11，12］，本論文では，緩和除数方式を研究対象とする．ただ，この方式も除数方式同様，無限個の配分方式を含むクラスであるが，すべての方式は 1つのパラメータ θ を用いて表現できるため，扱いが簡単である.

次に，Stolarsky 平均の定義を説明する［14］．正の整数aと$a+1$のStolarsky 平均とは

$$\left(\frac{(a+1)^{\theta}-a^{\theta}}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} \qquad ; \quad \theta \neq 0,1 \tag{2.1}$$

である.

ここで，$\theta = 0$ のときは,

$$\lim_{\theta\to 0}\left(\frac{(a+1)^{\theta}-a^{\theta}}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}}$$

$$=\frac{1}{\log\frac{a+1}{a}}$$

とする。

$\theta = 1$ のときは,

$$\lim_{\theta\to 1}\left(\frac{(a+1)^{\theta}-a^{\theta}}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}}$$

$$=\frac{1}{e}\frac{(a+1)^{a+1}}{a^{a}}$$

とする［7］.

θ を実数値として, Stolarsky 平均を用いた丸め関数 $d_{\theta}(a)$ を以下のように定義する［3, 4，5，7，13］.

整数$a>0$ に対し,

$$d_{\theta}(a)=\begin{cases}\dfrac{1}{e}\dfrac{(a+1)^{a+1}}{a^{a}} & ,\theta=1\\ \dfrac{1}{\log\dfrac{a+1}{a}} & ,\theta=0\\ \left(\dfrac{(a+1)^{\theta}-a^{\theta}}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} & ,\theta\neq 0,1\end{cases} \tag{2.2}$$

と定義し,

$a = 0$ の場合に,

$$d_\theta(0) = \begin{cases} 0 & ,\theta \le 0 \\ \dfrac{1}{e} \approx 0.37 & ,\theta = 1 \\ \left(\dfrac{1}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}} & ,\theta > 0, \theta \ne 1 \end{cases} \tag{2.3}$$

と定義する. このように定義された丸め関数を持つ除数方式を緩和除数方式という[6, 10].

以上の定義からパラメータθをさまざまな値に設定することにより，さまざまな配分方式を表現することが知られている．実際，$\theta \to -\infty$とすればAdams方式が得られ，$\theta = -4$

表2.8　パラメータ θと除数方式の関係

θ	$-\infty$	-4	-1	0	1	2	$+\infty$
方式	Adams	Dean	Hill	TS	Theil	Webster	Jefferson

のとき, 実質上 Dean 方式が得られる. また, $\theta = -1$ のときHill 方式, $\theta = 2$ のときWebster方式が導かれる．あまり，よく知られていないが，$\theta = 0$ ならば TS 方式［15］，$\theta = 1$ ならば Theil 方式［16］が得られる．最後に，$\theta \to +\infty$とすれば Jefferson 方式が導かれる．以上の[表2.8]にまとめる．

2.4 緩和除数方式と5つの有名な除数方式の関係

緩和除数方式と 5 つの有名な除数方式（Adams, Dean, Hill, Webster, Jefferson 方式）の関係を以下に説明する.

2.4.1 $\boldsymbol{\theta}$ が $\boldsymbol{-1}$

$\theta = -1$を$d_\theta(a)$の定義式（2.2）に代入すると以下のようになる.

$$
\begin{aligned}
d_{-1}(a) &= \left(\frac{(a+1)^{-1} - a^{-1}}{-1}\right)^{-\frac{1}{2}} \\
&= -\left(\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} \\
&= -\left(\frac{a-(a+1)}{a(a+1)}\right)^{-\frac{1}{2}} \\
&= \left(\frac{1}{a(a+1)}\right)^{-\frac{1}{2}} \\
&= \frac{1}{\left(\frac{1}{a(a+1)}\right)^{\frac{1}{2}}} \\
&= a(a+1)^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}
$$

$$
d_{-1}(a) = \sqrt{a(a+1)}
$$

よって$\theta = -1$のとき$d_\theta(a) = \sqrt{a(a+1)}$，すなわち，Hill 方式の丸め関数が得られる.

2.4.2 $\boldsymbol{\theta}$ が 2

θ が2 のときには以下のようになる．

$$d_2(a) = \left(\frac{(a+1)^2 - a^2}{2}\right)^{\frac{1}{2-1}}$$

$$= \frac{a^2 + 2a + 1^2 - a^2}{2}$$

$$= \frac{2a+1}{2}$$

$$d_2(a) = a + \frac{1}{2}$$

$\theta = 2$ を$d_\theta(a)$ の定義式［2.2］に代入するとき$d_\theta(a) = a + \frac{1}{2}$ が得られる．Webster 方式の丸め関数となる．

2.4.3 $\boldsymbol{\theta}$ が$+\infty$

θ が$+\infty$ のときには以下のようになる．定義式（2.2）より

$$d_\theta(a) = \left(\frac{(a+1)^\theta - a^\theta}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}}$$

となるが，両辺の対数をとると

$$\log d_\theta(a) = \log\left(\frac{(a+1)^\theta - a^\theta}{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta-1}}$$

$$= \frac{1}{\theta-1}\log\left(\frac{(a+1)^\theta - a^\theta}{\theta}\right)$$

$$= \frac{1}{\theta - 1}\log\left((a+1)^{\theta} - a^{\theta}\right) - \frac{1}{\theta - 1}\log\theta$$

$$= \frac{\log\left((a+1)^{\theta} - a^{\theta}\right)}{\theta - 1} - \frac{\log\theta}{\theta - 1}$$

となる．

極限操作により

$$\lim_{\theta\to+\infty}\frac{\log\left((a+1)^{\theta} - a^{\theta}\right)}{\theta - 1} = \lim_{\theta\to+\infty}\frac{(a+1)^{\theta}\log(a+1) - a^{\theta}\log a}{(a+1)^{\theta} - a^{\theta}}$$

$$= \lim_{\theta\to+\infty}\frac{\log(a+1) - \left(\frac{a}{a+1}\right)^{\theta}\log a}{1 - \left(\frac{a}{a+1}\right)^{\theta}}$$

$$= \log(a+1)$$

そして，

$$\lim_{\theta\to+\infty}\frac{\log\theta}{\theta - 1} = \lim_{\theta\to+\infty}\frac{1}{\theta} = 0$$

となる．よって$d_{\theta}(a) = a + 1$ が得られる．Jefferson 方式の丸め関数となる．

2.4.4 $\boldsymbol{\theta}$ が$-\infty$

θ が$-\infty$ のときには 2.4.4 $\theta \to +\infty$ と同様にして，θ が$-\infty$ で$d(a) \to a$ が得られる．

Adams 方式の丸め関数となる．

2.5 おわりに

Balinski とYoungは除数方式だけが人口パラドックスを避けることを発見した.
しかし，除数方式とはひとつの配分方式ではなく，無数の配分方式を含む配分方式のクラスである．そのため，一番良い方式を探すことは難しい.

緩和除数方式は多くの好ましい性質を持っていることが判明しているため，この方式を研究対象とする．緩和除数方式では，すべての方式の丸め関数は 1つのパラメータを用いて表現できるため，扱いが簡単である．このパラメータをさまざまな値に設定することにより，さまざまな配分方式が表現できる［表2.9，2.10，2.11］．$\theta \to -\infty$とすれば Adams 方式が得られ，$\theta = -4$ のとき，実質上 Dean 方式が得られる[10]．また，$\theta = -1$ のときHill方式, $\theta = 2$ のときWebster 方式が得られる．そして，$\theta = 0$ ならば TS 方式 ［15］, $\theta = 1$ ならば Theil 方式［16］ が得られる．最後に，$\theta \to +\infty$ とすれば Jefferson 方式が得られることがわかる.

表 2.9　2010 年度のアメリカの人口の議席配分

州名	人口	取り分	Adams	Dean	Hill	Webster	Jefferson
California	37,341,989	52.5376	50	52	53	53	55
Texas	25,268,418	35.5509	34	36	36	36	37
New York	19,421,055	27.3241	26	27	27	27	28
Florida	18,900,773	26.5921	26	27	27	27	27
Illinois	12,864,380	18.0993	18	18	18	18	19
Pennsylvania	12,734,905	17.9171	17	18	18	18	18
Ohio	11,568,495	16.2761	16	16	16	16	17
Michigan	9,911,626	13.9450	14	14	14	14	14
Georgia	9,727,566	13.6860	13	14	14	14	14
North Carolina	9,565,781	13.4584	13	13	13	14	14
New Jersey	8,807,501	12.3916	12	12	12	12	13
Virginia	8,037,736	11.3085	11	11	11	11	11
Washington	6,753,369	9.5015	10	10	10	10	9
Massachusetts	6,559,644	9.2290	9	9	9	9	9
Indiana	6,501,582	9.1473	9	9	9	9	9
Arizona	6,412,700	9.0222	9	9	9	9	9
Tennessee	6,375,431	8.9698	9	9	9	9	9
Missouri	6,011,478	8.4577	9	8	8	8	8
Maryland	5,789,929	8.1460	8	8	8	8	8
Wisconsin	5,698,230	8.0170	8	8	8	8	8
Minnesota	5,314,879	7.4777	8	8	8	8	7
Colorado	5,044,930	7.0979	7	7	7	7	7
Alabama	4,802,982	6.7575	7	7	7	7	7
South Carolina	4,645,975	6.5366	7	7	7	7	6
Louisiana	4,553,962	6.4071	7	6	6	6	6
Kentucky	4,350,606	6.1210	6	6	6	6	6
Oregon	3,848,606	5.4147	6	5	5	5	5
Oklahoma	3,764,882	5.2969	6	5	5	5	5
Connecticut	3,581,628	5.0391	5	5	5	5	5
Iowa	3,053,787	4.2965	5	4	4	4	4
Mississippi	2,978,240	4.1902	4	4	4	4	4
Arkansas	2,926,229	4.1170	4	4	4	4	4
Kansas	2,863,813	4.0292	4	4	4	4	4
Utah	2,770,765	3.8983	4	4	4	4	4
Nevada	2,709,432	3.8120	4	4	4	4	4
New Mexico	2,067,273	2.9085	3	3	3	3	3
West Virginia	1,859,815	2.6166	3	3	3	3	2
Nebraska	1,831,825	2.5773	3	3	3	3	2
Idaho	1,573,499	2.2138	3	2	2	2	2
Hawaii	1,366,862	1.9231	2	2	2	2	2
Maine	1,333,074	1.8755	2	2	2	2	1
New Hampshire	1,321,445	1.8592	2	2	2	2	1
Rhode Island	1,055,247	1.4847	2	2	2	1	1
Montana	994,416	1.3991	2	2	1	1	1
Delaware	900,877	1.2675	2	1	1	1	1
South Dakota	819,761	1.1533	2	1	1	1	1
Alaska	721,523	1.0151	1	1	1	1	1
North Dakota	675,905	0.9510	1	1	1	1	1
Vermont	630,337	0.8868	1	1	1	1	1
Wyoming	568,300	0.7996	1	1	1	1	1

表 2.10　2010 年度のアメリカの人口のパラメータ$\theta = -12 \sim 0$の議席配分

θ	−12	−11	−10	−9	−8	−7	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0
California	52	52	52	52	52	52	52	52	52	53	53	53	53
Texas	35	35	35	35	35	36	36	36	36	36	36	36	36
New York	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27
Florida	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27
Illinois	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
Pennsylvania	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
Ohio	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
Michigan	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
Georgia	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
North Carolina	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
New Jersey	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
Virginia	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
Washington	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Massachusetts	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
Indiana	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
Arizona	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
Tennessee	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
Missouri	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Maryland	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Wisconsin	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Minnesota	8	8	8	8	8	8	8	8	8	7	7	8	8
Colorado	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
Alabama	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
South Carolina	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
Louisiana	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Kentucky	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Oregon	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Oklahoma	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Connecticut	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Iowa	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Mississippi	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Arkansas	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Kansas	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Utah	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Nevada	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
New Mexico	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
West Virginia	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Nebraska	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Idaho	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Hawaii	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Maine	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
New Hampshire	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Rhode Island	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Montana	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1
Delaware	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
South Dakota	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Alaska	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
North Dakota	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Vermont	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Wyoming	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

表 2.11　2010 年度のアメリカの人口のパラメータ$\theta = 1 \sim 12$の議席配分

θ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
California	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53
Texas	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
New York	27	27	27	27	27	27	27	28	28	28	28	28
Florida	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27
Illinois	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
Pennsylvania	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
Ohio	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
Michigan	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
Georgia	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
North Carolina	13	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
New Jersey	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
Virginia	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
Washington	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Massachusetts	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
Indiana	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
Arizona	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
Tennessee	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
Missouri	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Maryland	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Wisconsin	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Minnesota	8	8	8	8	8	8	8	7	8	8	8	8
Colorado	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
Alabama	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
South Carolina	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
Louisiana	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Kentucky	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Oregon	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Oklahoma	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Connecticut	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Iowa	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Mississippi	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Arkansas	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Kansas	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Utah	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Nevada	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
New Mexico	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
West Virginia	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Nebraska	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2
Idaho	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Hawaii	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Maine	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
New Hampshire	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Rhode Island	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Montana	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Delaware	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
South Dakota	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Alaska	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
North Dakota	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Vermont	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Wyoming	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

参考文献

[1] Balinski,M.L. and Young,H.P.: Fair Representation, *Yale University Press*,(1982).

[2] Ernst,L.R.: Appointment Methods for the House of Representatives and the Court Challenges, *Management Science*, Vol.40, No.10, pp.1207-1227 (1994).

[3] Ichimori,T.: New Apportionment Methods and Their Quota Property, *JSIAM Letters*, Vol.2, pp.33-36 (2010).

[4] 一森哲男：連続平等性と対称性の観点からみた議員定数配分方法と大域的最適化問題，日本応用数理学会論文誌，Vol.21,No.1, pp.103-124 (2011).

[5] Ichimori,T.: On Rounding off Quotas to the Nearest integers in the Problem of Apportionment, *JSIAM Letters*, Vol.3, pp.21-24 (2011).

[6] Ichimori,T.: Relaxed Divisor Methods and Their Seat Biases, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.55, No.1, pp.63-72 (2012).

[7] 一森哲男：レニーのエントロピーを最大にする議席配分方式について，日本応用数理学会論文誌，Vol.22,No.3, pp.81-96 (2012).

[8] Ichimori,T.: A Note on Relaxed Divisor Methods, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.55, pp.225-234 (2012).

[9] 一森哲男：分布間ダイバージェンスと議席配分方式の関係について，情報処理学会論文誌，Vol.54,No.8, pp.1988-1995 (2013).

[10] 一森哲男：緩和除数方式の比例性と歴史上の5 方式との関係について，日本オペレーションズ・リサーチ学会和論文誌，Vol.56, pp.1-14 (2013).

[11] 一森哲男：緩和除数方式の偏りについて，日本応用数理学会論文誌，Vol.23,No.4, pp.601-617(2013).

[12] 一森哲男：議員定数配分問題の離散最適化による解法について，日本応用数理学会論文誌，Vol.23,No.1, pp.15-35 (2013).

[13] Marshall,A.W. and Olkin,I. and Pukelsheim,F.: A Majorization Comparison of Apportionment Methods in Proportional Representation, *Social Choice and Welfare*, Vol.19, pp.885-900 (2002).

[14] Stolarsky,K.B.: Generalizations of the Logarithmic Mean, *Mathematics Magazine*, Vol.48, No.2, pp.87-92 (1975).

[15] Theil,H. and Schrage,L.: The Apportionment Problem and the European Parliament,*European Economic Reviews*, Vol.9, No.3 pp.247-263 (1977).

[16] Theil,H.: The Desired Political Entropy, *American Political Science Review*, Vol.63, No.2pp.521-525 (1969).

3章　シミュレーションによる緩和除数方式の偏りの比較

3.1 はじめに

現代の議席配分の研究では，配分方式を「除数方式」と呼ばれる配分方式のクラスに限定して行われるのが一般的である．理由は，このクラス以外の配分方式では，「Alabama パラドクス」や「人口パラドクス」といった奇妙な現象が起こるからである（詳細は文献［1］を参照）．

各除数方式の丸め関数が定義されるときに，非負の整数aの丸め関数 $d(a)$ は $a \leq d(a) \leq a+1$ を満たす狭義増加関数である．正の実数 $x > 0$ を考え，これを除数として，各州の人口を除した値 p_i/x を丸め関数$d(a)$ を用いて整数に丸める (この整数を a_i とする). すなわち， $d(a-1) < p_i/x < d(a)$ ならば$a_i = a$ とし, $p_i/x = d(a)$ ならば$a_i = a$ または$a_i = a+1$ とする, これらの整数 a_i の総和が議員定数 h に等しければ, a_i を州 i に配分される議席数とする．もし, a_i の総和がh に等しくなければ, 最初に定めた除数 x の値を調整し，最終的には，整数 a_i の総和が議員定数 h に等しくなるようにする．このようにして，さまざまな除数方式の丸め関数で使用する．しかし，除数方式には，無限数があるので，どの方式が一番信頼できるのは，比較することが難しい．そのため，本論文は，議席配分方式として緩和除数方式が提案され，多くの好ましい性質を持っていることが判明している［7，8，9，10，11，12］．そのため，ここでは，緩和除数方式を研究対象とした．また，配分方式の優劣の基準として，配分方式の与える偏りは従来より非常に重要視されてきた．しかしながら，偏りを測る決定的な「ものさし」が存在しないため，この問題をより困難なものとしてきた．本章の 3.2 では,「ものさし」を尺度と呼ぶことにし，Balinski と Young［1，2，3，4］の定義した尺度と Ernst［5］の定義した尺度を用いて，緩和除数方式の偏りを調べた．さらに，提案した新しい尺度［6］も使用し，3 つの尺度に対して得られた結果を本章の 3.3，3.4 で比較検討した．

3.2 偏りの測り方

緩和除数方式の丸め関数はパラメータを含むため，緩和除数方式は 1 つの配分方式を表しているのではなく，無限個の配分方式のクラスを構成している．ただ，必要なものは唯一の配分方式であるため，パラメータの値を唯一に決める必要がある．本稿では，配分方式の持つ，議席配分の偏りを判断規準として，その唯一の値を決めることにする．

本研究は 2 つの有名な偏りの尺度 (Balinski と Young の尺度と Ernst の尺度) だけでなく，［6］で提案した B 尺度も使用する．

3.2.1 Balinski らによる偏りの尺度

まず，Balinski と Young が提案した偏り尺度を説明する．人口の多い州を大州と呼び，その集合を L とする．また，人口の少ない州を小州と呼び，その集合を S とする．このとき，$|L| = |S|\,; L \cap S = \emptyset, L \cap S \subset \{1, \dots, s\}$と仮定する．$h$ 議席の配分を $a_i(1 \le i \le s)$ ，取り分を$q_i(1 \le i \le s)$ とする．

また，$a_i(\theta)$ をパラメータ θ の緩和除数方式が州iに与える議席数とする．彼らの偏り尺度は大州と小州の取り分 q_i と議席数$a_i(\theta)$ の比率を考える．すなわち，

$$k_L(\theta) = \frac{\sum_{i \in L} a_i(\theta)}{\sum_{i \in L} q_i}$$

そして，

$$k_S(\theta) = \frac{\sum_{i \in S} a_i(\theta)}{\sum_{i \in S} q_i}$$

とおいて，

$$BY(\theta) = \frac{k_S(\theta)}{k_L(\theta)} - 1 \tag{3.1}$$

と定義される［1，4］．

3.2.2 Ernst 方式による偏りの尺度

次に，Ernst の偏り尺度も人口の多い州と人口の少ない州の取り分q_i と配分議席数$a_i(\theta)$の比率を考えているが，その定義は Balinski らによる方式のそれと少し異なる．

Ernst ［5］ の偏りの定義は,

$$k'_L(\theta) = \sum_{i \in L} \frac{q_i}{a_i(\theta)}$$

そして,

$$k'_S(\theta) = \sum_{i \in S} \frac{q_i}{a_i(\theta)}$$

とおいて,

$$ER(\theta) = 1 - \frac{k'_S(\theta)}{k'_L(\theta)} \tag{3.2}$$

と定義される［5].

3.2.3 B 偏りの尺度

Balinski と Young と Ernst の偏りの測り方では，大州・小州を分けて計算している．しかし，大州・小州といっても，実は，大きい小さいは主観的なもので，これらを厳密に区別することは難しい．本論文は大州小州を区別せずに使える，［6］で提案した偏りの尺度も使用する．ここで，緩和除数方式の丸め関数 $d_\theta(a)$ を用いて，取り分 q_i を整数 $[q_i]_\theta$ に丸める．具体的には, $d_\theta(a-1) < q_i \le d_\theta(a)$ を満たす非負の整数 a が存在すれば, $[q_i]_\theta = a$ とする．取り分 q_i が固定されたとして，緩和除数方式の偏りを

$$B(\theta) = \sum_{i=1}^{s} [q_i]_\theta - h \tag{3.3}$$

と定義する[6].

3.3 シミュレーションによる偏り

3.3.1　アメリカでの 50 年間のシミュレーション

今回の研究では，1960 年度から 2010 年度のアメリカの各州の実際の人口を考えた．この期間では，州の数が $s = 50$，議席総数が $h = 435$ である．緩和除数方式の偏りを求めるが，パラメータ θ の値が -12 から $+12$ の計 25 個の整数となる場合の配分方式を対象とした．また，各年度の人口をそのまま利用し配分方式の偏りを求めるのではなく，各州の人口をある程度増減させ，偏りの平均値を求め，その値を配分方式の偏りとした．実際，緩和除数方式では人口をある程度増減させても，州に配分される議席数は変化しない．そこで，その議席数が変化しない範囲内で，各州の人口をランダムに選んだ．そうすることにより，各年度の 1 組の人口から，10 万組の人口を作成し，それぞれの配分方式の偏りを算出した．前の章で述べた 3 つの尺度 $BY(\theta)$ ，$ER(\theta)$, $B(\theta)$ を用いて，すなわち，式 (3.1)，（3.2）および（3.3）の定義を用いて偏りを計算した．

3.3.2 シミュレーションの結果

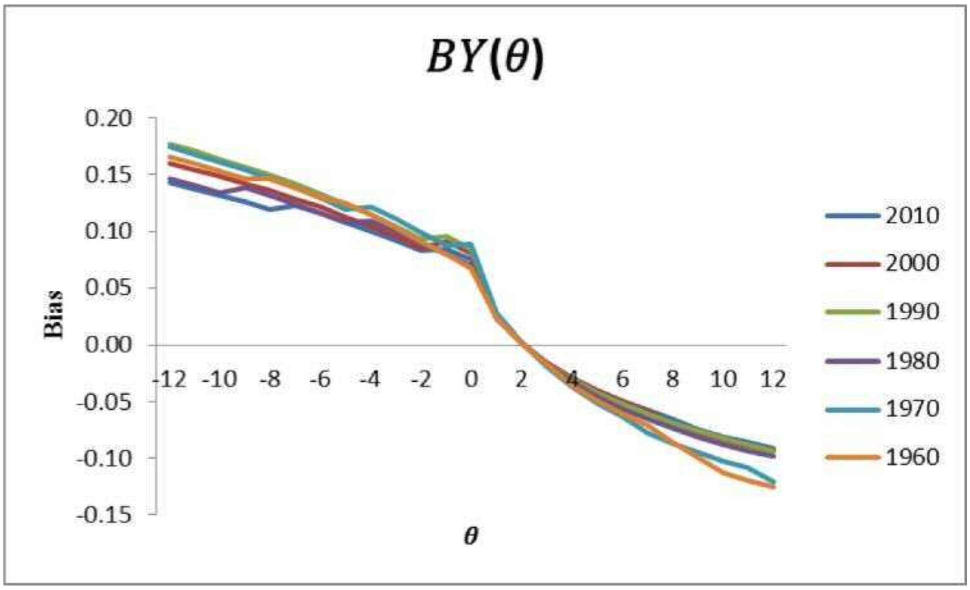

図 3.1　1960~2010 年度のアメリカの人口の $BY(\theta)$

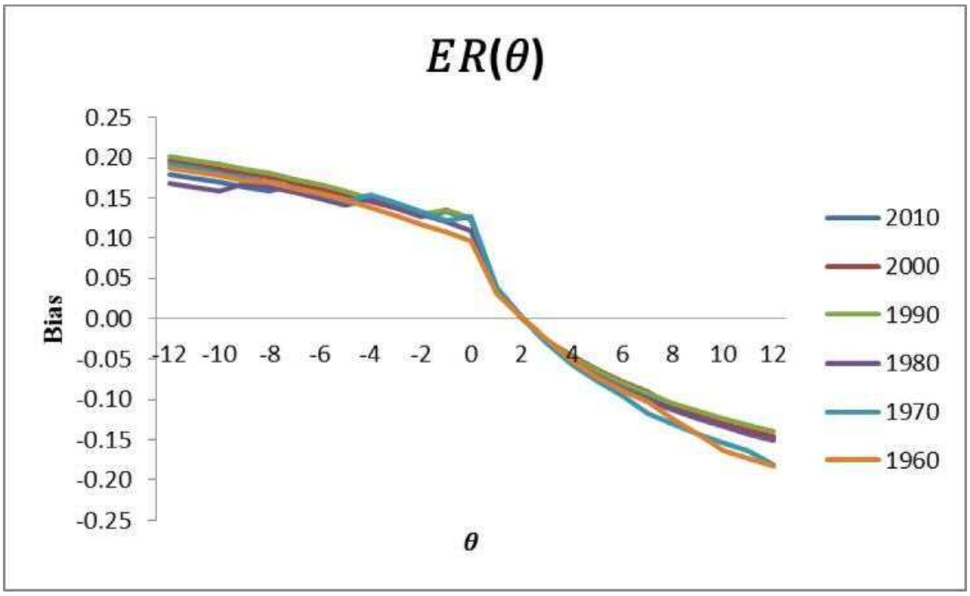

図 3.2　1960~2010 年度のアメリカの人口の$ER(\theta)$

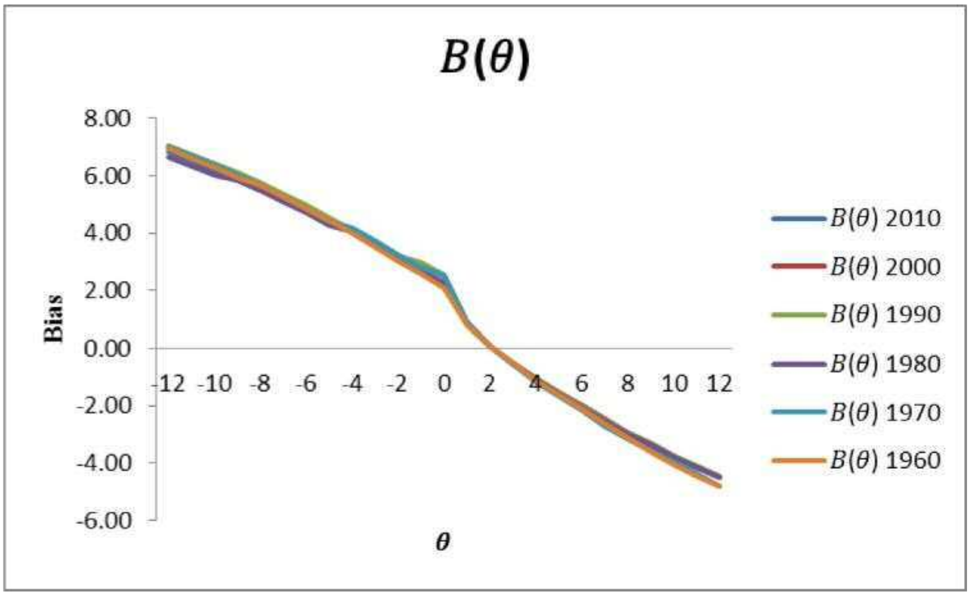

図 3.3　1960~2010 年度のアメリカの人口の$B(\theta)$

表 3.1　2010 年度のアメリカの人口の$BY(\theta)$ ，$ER(\theta)$，$B(\theta)$

θ	$BY(\theta)$	$ER(\theta)$	$B(\theta)$
-12	0.1427	0.1786	6.8146
-11	0.1374	0.1741	6.5014
-10	0.1316	0.1690	6.1695
-9	0.1259	0.1637	5.8301
-8	0.1198	0.1585	5.4714
-7	0.1232	0.1681	5.2655
-6	0.1161	0.1614	4.8940
-5	0.1083	0.1537	4.4712
-4	0.1001	0.1457	4.0499
-3	0.0917	0.1371	3.6161
-2	0.0825	0.1274	3.1466
-1	0.0839	0.1333	2.9340
0	0.0747	0.1233	2.4967
1	0.0236	0.0373	0.8579
2	**0.0013**	**0.0000**	**0.0665**
3	-0.0157	-0.0281	-0.5580
4	-0.0289	-0.0498	-1.1034
5	-0.0401	-0.0683	-1.5966
6	-0.0495	-0.0837	-2.0569
7	-0.0578	-0.0970	-2.5171
8	-0.0649	-0.1087	-2.9369
9	-0.0745	-0.1211	-3.3679
10	-0.0806	-0.1308	-3.7683
11	-0.0860	-0.1393	-4.1393
12	-0.0908	-0.1470	-4.4865

表 3.2　2000 年度のアメリカの人口の$BY(\theta)$ ，$ER(\theta)$，$B(\theta)$

θ	$BY(\theta)$	$ER(\theta)$	$B(\theta)$
-12	0.1602	0.1962	6.9510
-11	0.1546	0.1916	6.6703
-10	0.1484	0.1864	6.3455
-9	0.1423	0.1810	6.0141
-8	0.1359	0.1757	5.6616
-7	0.1286	0.1692	5.2727
-6	0.1211	0.1624	4.8988
-5	0.1129	0.1546	4.4730
-4	0.1043	0.1465	4.0538
-3	0.0954	0.1378	3.6168
-2	0.0858	0.1279	3.1457
-1	0.0907	0.1341	2.9460
0	0.0805	0.1238	2.5042
1	0.0255	0.0376	0.8627
2	**0.0013**	**0.0001**	**0.0670**
3	-0.0155	-0.0260	-0.5362
4	-0.0287	-0.0462	-1.0671
5	-0.0402	-0.0637	-1.5519
6	-0.0498	-0.0782	-2.0105
7	-0.0584	-0.0910	-2.4669
8	-0.0699	-0.1101	-2.9542
9	-0.0769	-0.1206	-3.3674
10	-0.0832	-0.1303	-3.7705
11	-0.0888	-0.1388	-4.1405
12	-0.0938	-0.1465	-4.4867

表 3.3　1990 年度のアメリカの人口の$BY(\theta)$ ，$ER(\theta)$，$B(\theta)$

θ	$BY(\theta)$	$ER(\theta)$	$B(\theta)$
-12	0.1770	0.2014	7.0549
-11	0.1708	0.1966	6.7418
-10	0.1639	0.1912	6.4182
-9	0.1571	0.1856	6.0838
-8	0.1499	0.1801	5.7372
-7	0.1417	0.1732	5.3460
-6	0.1333	0.1661	4.9664
-5	0.1241	0.1579	4.5310
-4	0.1144	0.1494	4.1093
-3	0.1045	0.1403	3.6669
-2	0.0936	0.1299	3.1833
-1	0.0949	0.1352	2.9627
0	0.0840	0.1246	2.5162
1	0.0267	0.0380	0.8673
2	**0.0014**	**0.0001**	**0.0677**
3	-0.0162	-0.0264	-0.5431
4	-0.0301	-0.0469	-1.0795
5	-0.0420	-0.0647	-1.5703
6	-0.0521	-0.0796	-2.0353
7	-0.0611	-0.0926	-2.4966
8	-0.0688	-0.1041	-2.9177
9	-0.0758	-0.1144	-3.3172
10	-0.0822	-0.1238	-3.7230
11	-0.0879	-0.1320	-4.0932
12	-0.0930	-0.1396	-4.4432

表 3.4　1980 年度のアメリカの人口の$BY(\theta)$ ，$ER(\theta)$，$B(\theta)$

θ	$BY(\theta)$	$ER(\theta)$	$B(\theta)$
-12	0.1460	0.1678	6.6527
-11	0.1402	0.1631	6.3381
-10	0.1339	0.1578	6.0002
-9	0.1384	0.1683	5.8292
-8	0.1317	0.1629	5.4765
-7	0.1241	0.1562	5.0784
-6	0.1162	0.1492	4.7009
-5	0.1077	0.1413	4.2686
-4	0.1096	0.1487	4.0551
-3	0.1002	0.1397	3.6183
-2	0.0899	0.1294	3.1443
-1	0.0799	0.1196	2.7101
0	0.0698	0.1092	2.2645
1	0.0230	0.0338	0.8083
2	**0.0013**	**0.0001**	**0.0677**
3	-0.0163	-0.0266	-0.5384
4	-0.0328	-0.0515	-1.1140
5	-0.0455	-0.0708	-1.6118
6	-0.0561	-0.0868	-2.0799
7	-0.0655	-0.1008	-2.5395
8	-0.0736	-0.1131	-2.9608
9	-0.0808	-0.1240	-3.3547
10	-0.0874	-0.1340	-3.7715
11	-0.0931	-0.1427	-4.1374
12	-0.0984	-0.1507	-4.4856

表 3.5　1970 年度のアメリカの人口の$BY(\theta)$ ，$ER(\theta)$，$B(\theta)$

θ	$BY(\theta)$	$ER(\theta)$	$B(\theta)$
-12	0.1747	0.1914	7.0120
-11	0.1683	0.1865	6.6918
-10	0.1612	0.1809	6.3631
-9	0.1541	0.1751	6.0110
-8	0.1466	0.1693	5.6513
-7	0.1380	0.1622	5.2471
-6	0.1292	0.1547	4.8559
-5	0.1195	0.1463	4.4123
-4	0.1216	0.1531	4.1777
-3	0.1108	0.1435	3.7209
-2	0.0990	0.1325	3.2385
-1	0.0877	0.1219	2.7805
0	0.0882	0.1259	2.5392
1	0.0282	0.0386	0.8753
2	**0.0016**	**0.0000**	**0.0678**
3	-0.0186	-0.0294	-0.5743
4	-0.0371	-0.0563	-1.1751
5	-0.0512	-0.0772	-1.6947
6	-0.0629	-0.0946	-2.1876
7	-0.0779	-0.1168	-2.7304
8	-0.0869	-0.1306	-3.1730
9	-0.0949	-0.1429	-3.5776
10	-0.1021	-0.1539	-3.9896
11	-0.1084	-0.1637	-4.3653
12	-0.1202	-0.1819	-4.7980

表 3.6　1960 年度のアメリカの人口の$BY(\theta)$ ，$ER(\theta)$，$B(\theta)$

θ	$BY(\theta)$	$ER(\theta)$	$B(\theta)$
-12	0.1656	0.1878	6.9337
-11	0.1594	0.1829	6.6152
-10	0.1527	0.1775	6.2839
-9	0.1460	0.1718	5.9370
-8	0.1466	0.1694	5.6461
-7	0.1380	0.1623	5.2419
-6	0.1292	0.1547	4.8508
-5	0.1250	0.1472	4.4324
-4	0.1143	0.1383	3.9870
-3	0.1032	0.1286	3.5227
-2	0.0911	0.1176	3.0233
-1	0.0795	0.1071	2.5586
0	0.0676	0.0960	2.0854
1	0.0233	0.0307	0.7784
2	**0.0015**	**0.0000**	**0.0681**
3	-0.0162	-0.0247	-0.5273
4	-0.0357	-0.0525	-1.1428
5	-0.0496	-0.0722	-1.6583
6	-0.0612	-0.0887	-2.1380
7	-0.0714	-0.1031	-2.6129
8	-0.0851	-0.1235	-3.1076
9	-0.0989	-0.1437	-3.5881
10	-0.1126	-0.1637	-4.0793
11	-0.1193	-0.1739	-4.4570
12	-0.1253	-0.1831	-4.8103

結果を図 3.1，図 3.2，および，図 3.3 にまとめる．各図の横軸にパラメータ θ の値をとり，縦軸に偏りの平均値をとる．以下では，記号$BY(\theta)$ ，$ER(\theta)$，$B(\theta)$ は偏りの平均値を表すことにする．

これらの図より，3 つの尺度のグラフの形状が類似し，どの尺度を用いても，$\theta = 2$ のとき，すなわち，Webster 方式の偏りが最小となっていることがわかる．

3.4. 異なるの 3 カ国でのシミュレーション

3.4.1 アメリカでの場合

ここでは，2010 年度のアメリカの実際の人口から定まる，各配分方式の配分結果が変化しない範囲で人口をランダムに変化させている．この乱数を配分不変乱数という．この配分不変乱数を用いて, 偏りの尺度 $B(\theta)$ を用いて, いくつかの配分方式の偏りを計算した．

州の数 s は 50 州で, 議席総数 h は 435 席とする．パラメータ θ は, 整数の値で, 緩和除数方式を用いた．本論文は，パラメータ θ は，-12 から$+12$ までの整数値をとる方式に限定した．つまり，計 25 個の緩和除数方式を用いて，10 万個の偏りの平均結果を調べる．その結果は 表 3.7，3.8，3.9 と図 3.4，3.5，3.6 のようになる．

3.4.2 日本の場合

ここでは，2010 年度の日本の実際の人口から定まる，各配分方式の配分結果が変化しない範囲で人口をランダムに変化させている．この乱数を配分不変乱数という．この配分不変乱数を用いて，偏りの尺度 $B(\theta)$ を用いて，いくつかの配分方式の偏りを計算した．

州の数 s は 47 州で, 議席総数 h は 300 席とする．パラメータ θ は, 整数の値で, 緩和除数方式を用いた．本論文は，パラメータ θ は，-12 から$+12$ までの整数値をとる

方式に限定した．つまり，計 25 個の緩和除数方式を用いて，10 万個の偏りの平均結果を調べる．その結果は　表 3.7，3.8，3.9 と図 3.4，3.5，3.6 のようになる．

3.4.3　タイの場合

ここでは，2010 年度のタイの実際の人口から定まる，各配分方式の配分結果が変化しない範囲で人口をランダムに変化させている．この乱数を配分不変乱数という．この配分不変乱数を用いて，偏りの尺度 $B(\theta)$ を用いて，いくつかの配分方式の偏りを計算した．

州の数　s　は 77 州で，議席総数　h　は 375 席とする．パラメータ θ は，整数の値で，緩和除数方式を用いた．本論文は，パラメータ θ は，-12 から$+12$ までの整数値をとる方式に限定した．つまり，計 25 個の緩和除数方式を用いて，10 万個の偏りの平均結果を調べる．その結果は　表 3.7，3.8，3.9 と図 3.4，3.5，3.6 のようになる．

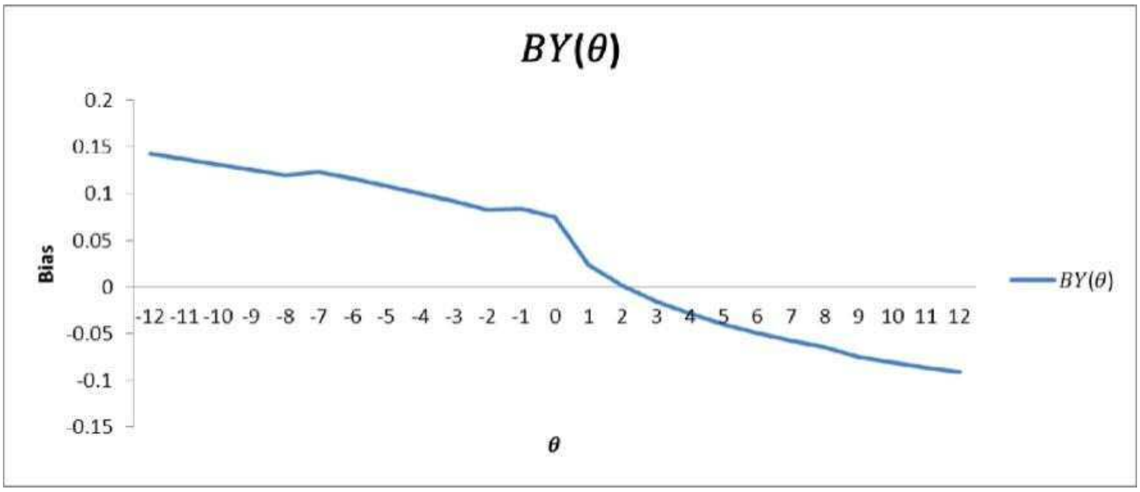

図 3.4　アメリカの人口の $BY(\theta)$

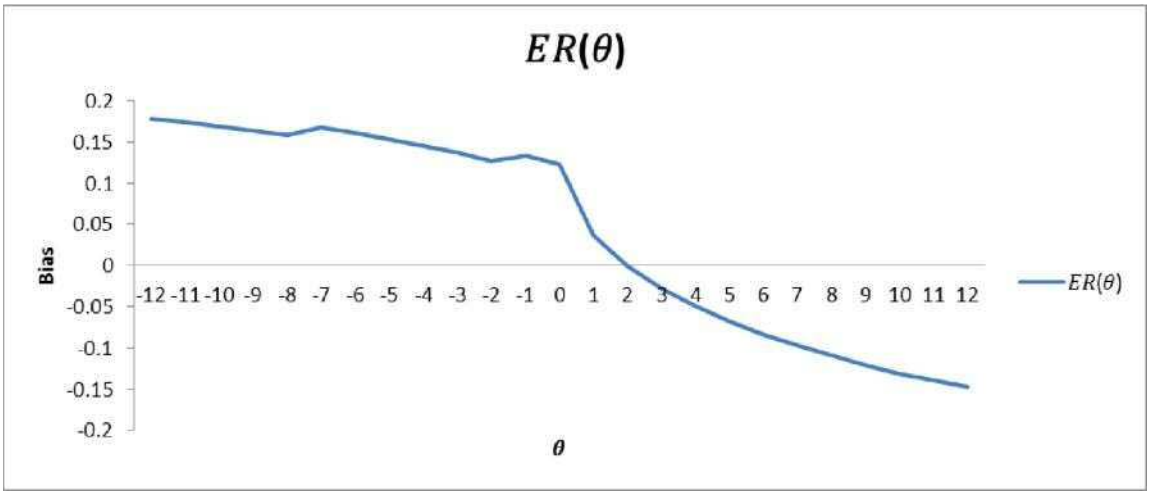

図 3.5　アメリカの人口の $ER(\theta)$

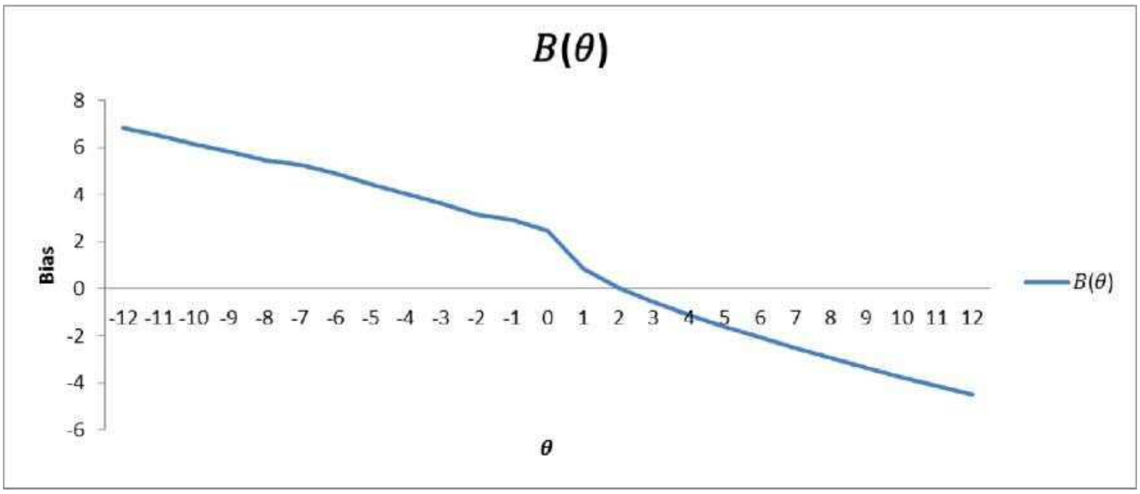

図 3.6　アメリカの人口の $B(\theta)$

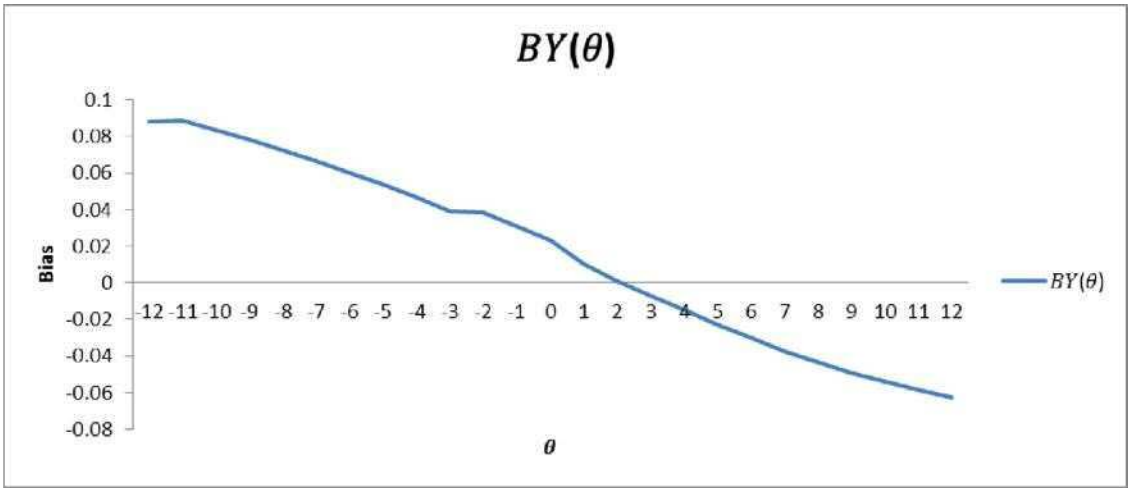

図 3.7　日本の人口の$BY(\theta)$

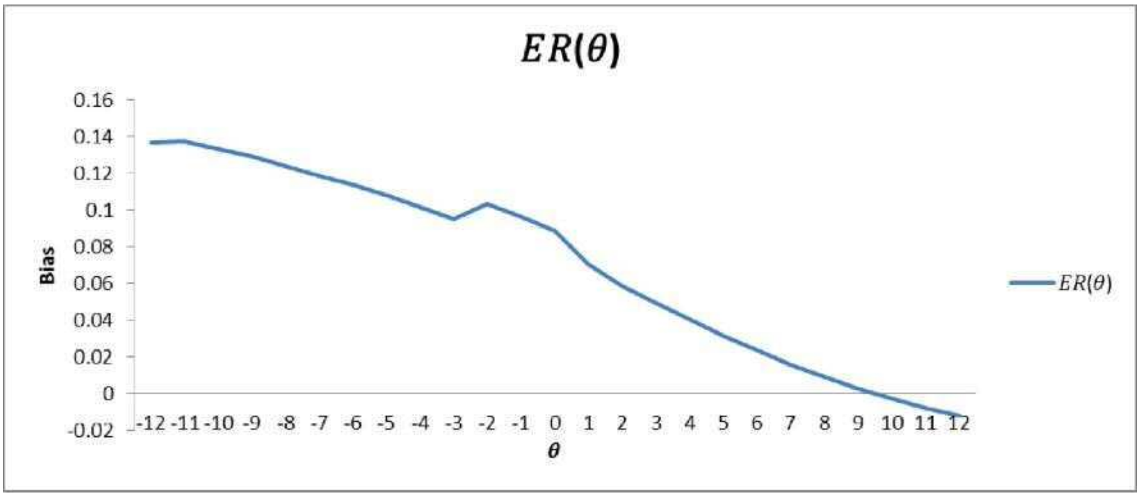

図 3.8　日本の人口の$ER(\theta)$

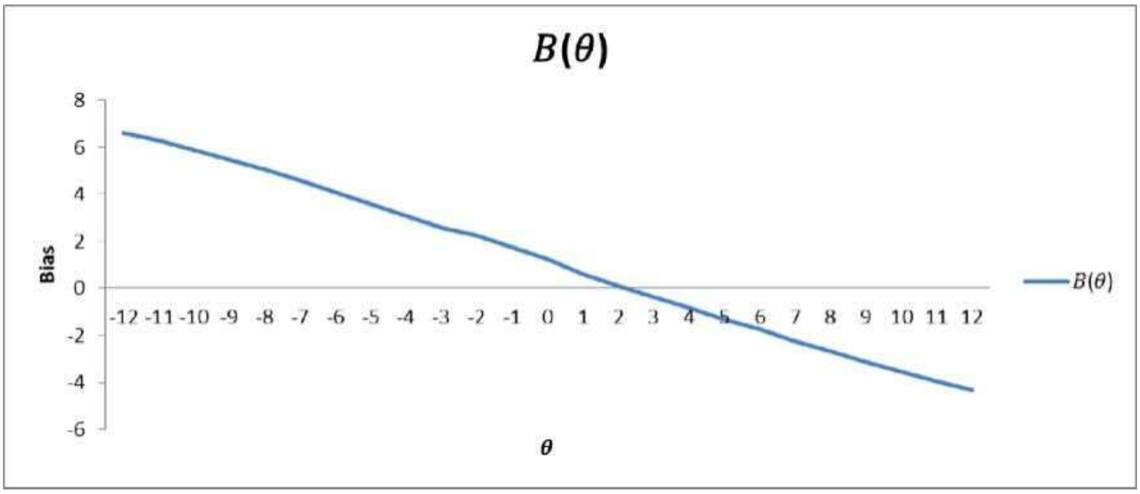

図 3.9　日本の人口の$B(\theta)$

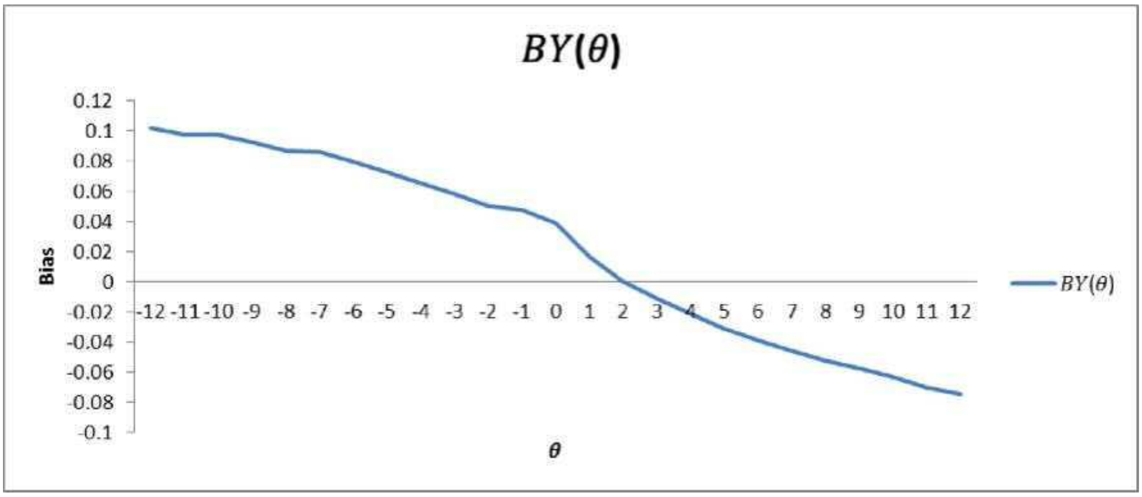

図 3.10　タイの人口の$BY(\theta)$

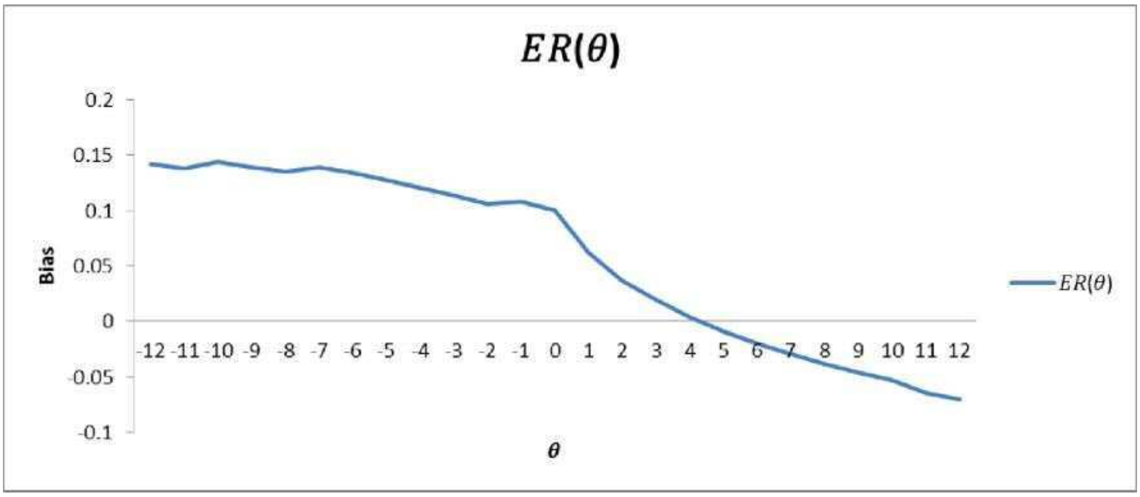

図 3.11　タイの人口の$ER(\theta)$

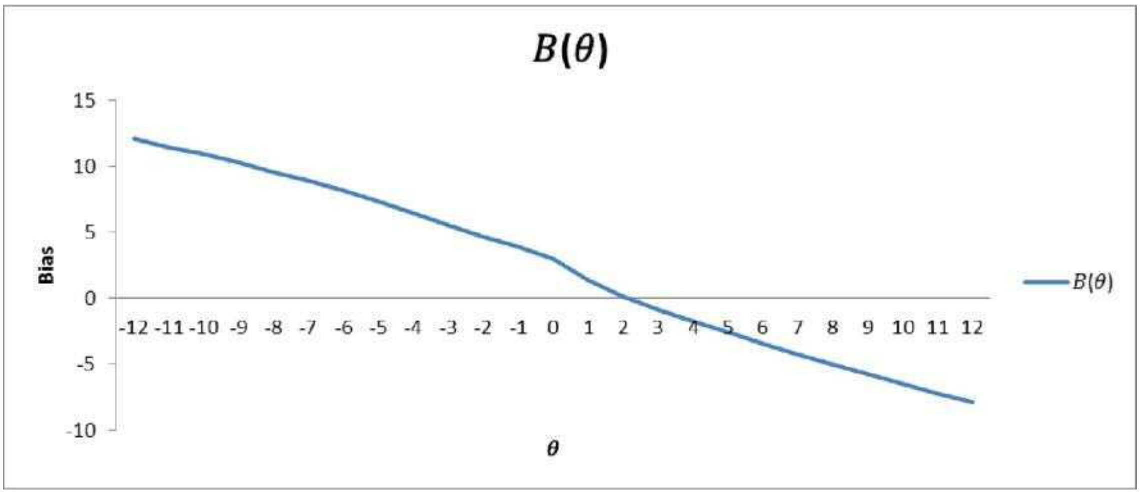

図 3.12　タイの人口の$B(\theta)$

表 3.7　$BY(\theta)$の偏り

θ	USA	Japan	Thai
-12	0.1427	0.0882	0.1019
-11	0.1374	0.0886	0.0974
-10	0.1316	0.0836	0.0978
-9	0.1259	0.0782	0.0924
-8	0.1198	0.0725	0.0868
-7	0.1232	0.0664	0.0861
-6	0.1161	0.0603	0.0798
-5	0.1083	0.0535	0.0729
-4	0.1001	0.0466	0.0656
-3	0.0917	0.0390	0.0581
-2	0.0825	0.0384	0.0503
-1	0.0839	0.0310	0.0475
0	0.0747	0.0232	0.0393
1	0.0236	0.0103	0.0169
2	**0.0013**	**0.0010**	**0.0007**
3	-0.0157	-0.0072	-0.0113
4	-0.0289	-0.0148	-0.0214
5	-0.0401	-0.0229	-0.0310
6	-0.0495	-0.0298	-0.0389
7	-0.0578	-0.0377	-0.0458
8	-0.0649	-0.0436	-0.0523
9	-0.0745	-0.0491	-0.0578
10	-0.0806	-0.0542	-0.0630
11	-0.0860	-0.0587	-0.0702
12	-0.0908	-0.0629	-0.0746

表 3.8　$ER(\theta)$の偏り

θ	USA	Japan	Thai
-12	0.1786	0.1369	0.1417
-11	0.1741	0.1374	0.1380
-10	0.1690	0.1334	0.1441
-9	0.1637	0.1291	0.1396
-8	0.1585	0.1241	0.1349
-7	0.1681	0.1189	0.1396
-6	0.1614	0.1138	0.1341
-5	0.1537	0.1079	0.1279
-4	0.1457	0.1018	0.1211
-3	0.1371	0.0949	0.1139
-2	0.1274	0.1033	0.1064
-1	0.1333	0.0963	0.1081
0	0.1233	0.0887	0.0999
1	0.0373	0.0702	0.0625
2	**0.0000**	0.0588	0.0370
3	-0.0281	0.0492	0.0189
4	-0.0498	0.0406	**0.0042**
5	-0.0683	0.0317	-0.0089
6	-0.0837	0.0240	-0.0198
7	-0.0970	0.0157	-0.0293
8	-0.1087	0.0091	-0.0380
9	-0.1211	**0.0032**	-0.0456
10	-0.1308	-0.0024	-0.0526
11	-0.1393	-0.0074	-0.0646
12	-0.1470	-0.0120	-0.0707

表 3.9　$B(\theta)$の偏り

θ	USA	Japan	Thai
-12	6.8146	6.5993	12.0883
-11	6.5014	6.2773	11.4530
-10	6.1695	5.8825	10.9613
-9	5.8301	5.4632	10.2735
-8	5.4714	5.0351	9.5456
-7	5.2655	4.5677	8.9445
-6	4.8940	4.1006	8.1586
-5	4.4712	3.5905	7.3140
-4	4.0499	3.0914	6.4565
-3	3.6161	2.5623	5.5397
-2	3.1466	2.2434	4.6132
-1	2.9340	1.7503	3.9221
0	2.4967	1.2613	3.0148
1	0.8579	0.6068	1.3666
2	**0.0665**	**0.0881**	**0.1657**
3	-0.5580	-0.3829	-0.8178
4	-1.1034	-0.8382	-1.7161
5	-1.5966	-1.3223	-2.5922
6	-2.0569	-1.7638	-3.4307
7	-2.5171	-2.2369	-4.2488
8	-2.9369	-2.6733	-5.0262
9	-3.3679	-3.1071	-5.7742
10	-3.7683	-3.5359	-6.5124
11	-4.1393	-3.9402	-7.2547
12	-4.4865	-4.3316	-7.9164

3.4.4 計算結果

今回では，2010 年度のアメリカ，日本，およびタイの実際の人口から定まる，各配分方式の配分結果が変化しない範囲で人口をランダムに変化させて，偏りの尺度 $B(\theta)$ を用いて，パラメータ θ は，-12 から$+12$ までの整数値をいくつかの配分方式の偏りを計算した結果は、

- 州の数が 50 で議席総数 435 席のアメリカでは，θ が 2 のとき偏り値が 0 に近い．
- 州の数が 47 で議席総数 300 席の日本では，θ が 2 のとき偏り値が 0 に近い．
- 州の数が 77 で議席総数 375 席のタイでは，θ が 2 のとき偏り値が 0 に近い．

3.5 おわりに

本論文は, 3 つの尺度 $BY(\theta)$, $ER(\theta)$, $B(\theta)$ を用いて, 緩和除数方式のパラメータ θ は, -12 から$+12$ までの整数値を得られた偏り結果を比較検討した.

理論的により偏り値が 0 に近い偏りがないということなので，今回の結果のでは，実際の 60 年間のアメリカの人口を利用して緩和除数方式の偏りの平均をはかってみた．その結果，あらゆる年度で，$\theta=2$ の Webster 方式の偏りの平均が最小となった．このことは過去の研究［1，2，3，13］ の結果に一致する［表 3.1，3.2，3.3，3.4，3.5，3.6，3.7 および図 3.1，3.2，3.3］.

さらに，3 か国のアメリカ、日本およびタイの実際の人口を使って，3 か国の州の数と議席総数の異なる値を各配分方式の配分結果が変化しない範囲で人口をランダムに変化させて， 緩和除数方式偏りも計算している．

その結果のでは，［表 3.8，3.9 および図 3.4，3.5，3.6，3.7，3.8，3.9，3.10，3.11，3.12］に与えた．この 3 つの偏りの値と［図 3.4，3.5，3.6，3.7，3.8，3.9，3.10，3.11，3.12］より，グラフの形状が類似し，異なった人口範囲，州の数および議席総数を用いても，$\theta=2$ のとき，すなわち，Webster 方式の偏りが最小となっていることがわかる．

表 3.10　2010 年度の日本の人口のパラメータ$\theta = -12 \sim -1$の議席配分

	人口 / θ =	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
東京都	13,159,388	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	31	31
神奈川県	9,048,331	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21
大阪府	8,865,245	20	20	20	20	21	21	21	21	21	21	21	21
愛知県	7,410,719	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
埼玉県	7,194,556	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
千葉県	6,216,289	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
兵庫県	5,588,133	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
北海道	5,506,419	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
福岡県	5,071,968	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
静岡県	3,765,007	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
茨城県	2,969,770	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
広島県	2,860,750	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
京都府	2,636,092	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
新潟県	2,374,450	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
宮城県	2,348,165	5	6	6	6	5	5	5	5	5	5	5	5
長野県	2,152,449	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
岐阜県	2,080,773	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
福島県	2,029,064	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
群馬県	2,008,068	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
栃木県	2,007,683	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
岡山県	1,945,276	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
三重県	1,854,724	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
熊本県	1,817,426	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
鹿児島県	1,706,242	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
山口県	1,451,338	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
愛媛県	1,431,493	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
長崎県	1,426,779	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
滋賀県	1,410,777	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
奈良県	1,400,728	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
沖縄県	1,392,818	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
青森県	1,373,339	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
岩手県	1,330,147	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
大分県	1,196,529	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
石川県	1,169,788	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
山形県	1,168,924	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
宮崎県	1,135,233	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
富山県	1,093,247	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
秋田県	1,085,997	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
和歌山県	1,002,198	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
香川県	995,842	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
山梨県	863,075	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
佐賀県	849,788	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
福井県	806,314	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
徳島県	785,491	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
高知県	764,456	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
島根県	717,397	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
鳥取県	588,667	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1

表 3.11　2010 年度の日本の人口のパラメータ$\theta = 0 \sim 12$の議席配分

θ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
東京都	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31	31
神奈川県	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21
大阪府	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21
愛知県	17	17	17	17	17	17	17	17	17	18	18	18	18
埼玉県	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
千葉県	14	14	14	14	14	15	15	15	15	15	15	15	15
兵庫県	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
北海道	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
福岡県	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
静岡県	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
茨城県	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
広島県	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
京都府	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
新潟県	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
宮城県	5	5	5	5	5	5	5	6	6	5	5	5	5
長野県	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
岐阜県	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
福島県	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
群馬県	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
栃木県	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
岡山県	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
三重県	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
熊本県	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
鹿児島県	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
山口県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
愛媛県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
長崎県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
滋賀県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
奈良県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
沖縄県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
青森県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
岩手県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
大分県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
石川県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
山形県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
宮崎県	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
富山県	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2
秋田県	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2
和歌山県	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
香川県	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
山梨県	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
佐賀県	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
福井県	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
徳島県	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
高知県	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
島根県	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
鳥取県	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

表 3.12　2010 年度のタイの人口のパラメータ$\theta = -12 \sim -1$の議席配分

人口 / θ =		-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
バンコク	5,701,394	32	32	33	33	33	33	33	33	33	33	33	33
ナコーンラーチャシーマー	2,582,089	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
ウボンラーチャターニー	1,813,088	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
コーンケン	1,767,601	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
チエンマイ	1,640,479	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
ブリーラム	1,553,765	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
ウドーンターニー	1,544,786	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
ナコーンシータンマラート	1,522,561	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
シーサケート	1,452,471	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
スリン	1,381,761	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
ソンクラー	1,357,023	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
チョンブリー	1,316,293	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
ローイエット	1,309,708	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
チエンラーイ	1,198,218	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
サムットプラーカーン	1,185,180	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
チャイヤプーム	1,127,423	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7
サコンナコーン	1,122,905	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7
ノンタブリー	1,101,743	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
ナコーンサワン	1,073,495	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
スラートターニー	1,000,383	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
ペッチャブーン	996,031	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
パトゥムターニー	985,643	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
カーラシン	982,578	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
マハーサーラカーム	940,911	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
ナコーンパトム	860,246	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
ピッサヌローク	849,692	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
スパンブリー	845,850	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
カーンチャナブリー	839,776	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
ラーチャブリー	839,075	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
アユタヤ	782,096	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
ラムパーン	761,949	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
ロッブリー	755,854	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
ナラーティワート	737,162	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
カムペーンペット	727,093	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
ナコーンパノム	703,392	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
チャチューンサオ	673,933	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
パッターニー	655,259	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
ラヨーン	626,402	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
ルーイ	624,066	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
トラン	622,659	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
サラブリー	617,384	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
スコータイ	601,778	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
ピチット	552,690	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
サケーオ	544,100	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ヤソートーン	539,257	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ターク	525,684	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
チャンタブリー	514,616	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
パッタルン	509,534	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ノーンカーイ	509,395	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
プラチュワップキーリーカ	509,134	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ノーンブワラムプー	502,868	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
サムットサーコーン	491,887	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
チュムポーン	489,964	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ヤラー	487,380	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
パヤオ	486,304	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ナーン	476,363	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
プラーチーンブリー	466,572	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ペッチャブリー	464,033	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ウッタラディット	462,618	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
プレー	460,756	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
クラビー	432,704	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ラムプーン	404,560	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ブンカーン	403,542	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
アムナートチャルーン	372,137	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
プーケット	345,067	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ムックダーハーン	339,575	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
チャイナート	334,934	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ウタイターニー	327,959	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
サトゥーン	297,163	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
アーントーン	284,970	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
パンガー	253,112	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ナコーンナーヨック	252,734	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
メーホンソーン	242,742	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1
トラート	220,921	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1
シンブリー	214,661	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
サムットソンクラーム	194,057	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
ラノーン	183,079	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

表 3.13　2010 年度のタイの人口のパラメータ$\theta = 0\sim12$の議席配分

θ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
バンコク	33	33	33	33	33	33	34	34	34	34	34	34	34
ナコーンラーチャシーマー	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
ウボンラーチャターニー	10	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
コーンケン	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
チエンマイ	9	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
ブリーラム	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
ウドーンターニー	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
ナコーンシータンマラート	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
シーサケート	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	9	9
スリン	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
ソンクラー	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
チョンブリー	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
ローイエット	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
チエンラーイ	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
サムットプラーカーン	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
チャイヤプーム	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
サコンナコーン	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
ノンタブリー	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
ナコーンサワン	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
スラートターニー	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
ペッチャブーン	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
パトゥムターニー	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
カーラシン	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
マハーサーラカーム	5	5	5	5	5	6	5	5	5	5	5	6	6
ナコーンパトム	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
ピッサヌローク	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
スパンブリー	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
カーンチャナブリー	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
ラーチャブリー	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
アユタヤ	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
ラムパーン	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
ロッブリー	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
ナラーティワート	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
カムペーンペット	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
ナコーンパノム	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
チャチューンサオ	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
パッターニー	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
ラヨーン	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
ルーイ	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
トラン	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
サラブリー	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
スコータイ	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3
ピチット	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
サケーオ	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ヤソートーン	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ターク	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
チャンタブリー	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
パッタルン	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ノーンカーイ	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
プラチュワップキーリーカ	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ノーンブワラムプー	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
サムットサーコーン	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
チュムポーン	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ヤラー	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
パヤオ	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ナーン	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
プラーチーンブリー	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ペッチャブリー	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
ウッタラディット	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
プレー	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
クラビー	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2
ラムプーン	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ブンカーン	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
アムナートチャルーン	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
プーケット	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ムックダーハーン	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
チャイナート	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ウタイターニー	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
サトゥーン	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
アーントーン	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1
パンガー	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
ナコーンナーヨック	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
メーホンソーン	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
トラート	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
シンブリー	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
サムットソンクラーム	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
ラノーン	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

参考文献

[1] Balinski,M.L. and Young,H.P.: Fair Representation, *Yale University Press*,(1982).

[2] Balinski,M.L. and Young,H.P.: The Quota Method of Apportionment, *The American Mathematical Monthly*, Vol.82, No.7 pp.701-730 (1975).

[3] Balinski,M.L. and Young,H.P.: The Webster Method of Apportionment, *Applied Mathematical Sciences*, Vol.77, No.1 pp.1-4 (1980).

[4] Balinski,M.L. and Young,H.P.: Fairness in Apportionment, Johns Hopkins University and The Brookings Institution (2004).

[5] Ernst,L.R.: Appointment Methods for the House of Representatives and the Court Challenges, *Management Science*, Vol.40, No.10, pp.1207-1227 (1994).

[6] ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー, 一森哲男 : 議席配分方式の偏りを測る尺度の提案, 日本応用数理学会2014 年度年会.

[7] Ichimori,T.: Relaxed Divisor Methods and Their Seat Biases, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.55, No.1, pp.63-72 (2012).

[8] Ichimori,T.: A Note on Relaxed Divisor Methods, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.55, pp.225-234 (2012).

[9] 一森哲男：分布間ダイバージェンスと議席配分方式の関係について，情報処理学会論文誌，Vol.54,No.8, pp.1988-1995 (2013).

[10] 一森哲男：緩和除数方式の比例性と歴史上の5 方式との関係について，日本オペレーションズ・リサーチ学会和論文誌，Vol.56, pp.1-14 (2013).

[11] 一森哲男：緩和除数方式の偏りについて，日本応用数理学会論文誌，Vol.23,No.4, pp.601-617(2013).

[12] 一森哲男：議員定数配分問題の離散最適化による解法について，日本応用数理学会論文誌，Vol.23,No.1, pp.15-35 (2013).

[13] Schuster,K.,Pukelsheim,F.,Drton,M. and Draper,N.R.: Seat Biases of Apportionment Methods for Proportional Representation, *Electoral Studies*, Vol.22, pp.651-676 (2003).

4章　結言

近年，議席配分では，各国でもさまざまな議席配分方式を使用している．配分方式問題を長年扱った Balinski と Young は，除数方式だけが Alabama パラドックスを避けることを発見した．しかし，除数方式にはひとつの配分方式ではなく，無数の配分方式を含む配分方式のクラスである．そのため，どの方式が一番良いのかを決定することは難しい．本論文は，議席配分方式として緩和除数方式を研究対象とした．この方式は多くの好ましい性質を持っていることが判明している．緩和除数方式では，すべての方式の丸め関数は 1 つのパラメータを用いて表現できるため，扱いが簡単である．このパラメータをさまざまな値に設定することにより，さまざまな配分方式を表現する．パラメータ θ を，さまざまな値に設定することにより，さまざまな配分方式を表現することが知られている．$\theta \to -\infty$ とすれば Adams 方式が得られ，$\theta = -4$ のとき，実質上 Dean 方式が得られる．また，$\theta = -1$ のとき Hill 方式，$\theta = 2$ のとき Webster 方式が得られる．そして，$\theta = 0$ ならば TS 方式，$\theta = 1$ ならば Theil 方式が得られる．最後に，$\theta \to +\infty$ とすれば Jefferson 方式が得られることがわかる．

本論文では，緩和除数方式の中でどの方式が一番好ましいのかを，配分方式の偏りの観点から議論した．配分方式の偏りを測るため，よく知られている Balinski と Young の尺度と Ernst の尺度を用いた．これらの尺度では，人口の多い州（大州）と少ない州（小州）を定義する必要があるが，大きい・小さいは主観的なもので，大州と小州の定義の仕方により偏りの結果が異なってくる可能性もある．そこで，本論文では，このような定義を必要としない新しい尺度 B も使用して，緩和除数方式の偏りを調べた．

そこで本論文では，議席配分のシミュレーションを各種の配分方法で行い，それぞれの結果の比例性を政党制全体について調べることによって，議会制における各種議席配分方

式の性格を検討する．

本論文では 1960 年から 2010 年までのアメリカの人口における分配法各々を 10 年ごとに評価し，議席配分方式の推移を分析した．3 つ尺度を用いて，実際の 60 年間のアメリカの人口を利用して緩和除数方式の偏りの平均をはかってみた．その結果，あらゆる年度で，$\theta = 2$ の Webster 方式の偏りの平均が最小となった．このことは過去の研究の結果に一致する．

さらに，人口，州の数および議席総数が異なる日本とタイを対象に，配分方式の偏りを調べた．その結果では，州の数が 50 で議席総数 435 席のアメリカでは，θ が 2 のとき尺度 BY, ER および B の偏り値が 0 に近い．そして，州の数が 47 で議席総数 300 席の日本でも，θ が 2 のとき尺度 BY および B の偏り値が 0 に近い．また，州の数が 77 で議席総数 375 席のタイでも，θ が 2 のとき尺度 BY および B の偏り値が 0 に近い．その結果，θ が 2 の Webster 方式の偏りが最小であることが分かった．

業績

論文

- ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー，一森哲男，3 つの尺度を用いた緩和除数方式の偏りの計測，応用数理学会
- ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー，一森哲男，シミュレーションによる緩和除数方式の偏りの比較，情報処理学会

国際学会発表

- Sumachaya Harnsukworapanich, Tetsuo Ichimori, A Comparison of Bias Among Relaxed Divisor Methods Using 3 Bias Measurements,17th International Conference on Computational Optimization (2015)
- Sumachaya Harnsukworapanich, Tetsuo Ichimori, Bias Analysis of Apportionment Methods by A Computer Simulation, 20th ISSAT International Conference(2014), 289-292

国内学会発表

- ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー， 一森 哲男，議席配分方式の偏りの比較検討，公共的社会システムと OR 第 9 回研究会
- ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー， 一森 哲男，議席配分方式の偏りを測る３つの尺度の比較，日本応用数理学会 2015 年 研究部会連合発表会
- ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー， 一森 哲男，緩和除数方式による議員定数配分の偏りについて，日本応用数理学会 2015 年 研究部会連合発表会
- ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー， 一森 哲男，議員定数配分方式の偏りを測る尺度の提案，日本応用数理学会 2014 年度年会
- ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー， 一森 哲男，シミュレーションによる議員定数配分方式の偏りについて，第 10 回 日本応用数理学会 研究部会連合発表会

参考文献

[1] Balinski,M.L. and Young,H.P.: Fair Representation, *Yale University Press*,(1982).

[2] Balinski,M.L. and Young,H.P.: The Quota Method of Apportionment, *The American Mathematical Monthly*, Vol.82, No.7 pp.701-730 (1975).

[3] Balinski,M.L. and Young,H.P.: The Webster Method of Apportionment, *Applied Mathematical Sciences*, Vol.77, No.1 pp.1-4 (1980).

[4] Balinski,M.L. and Young,H.P.: Fairness in Apportionment, Johns Hopkins University and The Brookings Institution (2004).

[5] Ernst,L.R.: Appointment Methods for the House of Representatives and the Court Challenges, *Management Science*, Vol.40, No.10, pp.1207-1227 (1994).

[6] ハンスックウォラパーニット・スマッチャヤー, 一森哲男：議席配分方式の偏りを測る尺度の提案, 日本応用数理学会2014 年度年会.

[7] Harnsukworapanich,S. and Ichimori,T.: Bias Analysis of Apportionment Methods by A Computer Simulation, *20th ISSAT International Conference*, , pp.289-292 (2014).

[8] Ichimori,T.: New Apportionment Methods and Their Quota Property, *JSIAM Letters*, Vol.2, pp.33-36 (2010).

[9] 一森哲男：連続平等性と対称性の観点からみた議員定数配分方法と大域的最適化問題, 日本応用数理学会論文誌， Vol.21,No.1, pp.103-124 (2011).

[10] Ichimori,T.: On Rounding off Quotas to the Nearest integers in the Problem of Apportionment, *JSIAM Letters*, Vol.3, pp.21-24 (2011).

[11] Ichimori,T.: Relaxed Divisor Methods and Their Seat Biases, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.55, No.1, pp.63-72 (2012).

[12] 一森哲男：レニーのエントロピーを最大にする議席配分方式について，日本応用数理学会論文誌， Vol.22,No.3, pp.81-96 (2012).

[13] Ichimori,T.: A Note on Relaxed Divisor Methods, *Journal of the Operations Research*

Society of Japan, Vol.55, pp.225-234 (2012).

[14] 一森哲男：分布間ダイバージェンスと議席配分方式の関係について，情報処理学会論文誌，Vol.54,No.8, pp.1988-1995 (2013).

[15] 一森哲男：緩和除数方式の比例性と歴史上の5 方式との関係について，日本オペレーションズ・リサーチ学会和論文誌，Vol.56, pp.1-14 (2013).

[16] 一森哲男：緩和除数方式の偏りについて，日本応用数理学会論文誌，Vol.23,No.4, pp.601-617(2013).

[17] 一森哲男：議員定数配分問題の離散最適化による解法について，日本応用数理学会論文誌，Vol.23,No.1, pp.15-35 (2013).

[18] 一森哲男：ダイバージェンスによる議員定数配分方式の偏りについて，日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌，Vol.58, pp.42-55 (2015).

[19] Marshall,A.W. and Olkin,I. and Pukelsheim,F.: A Majorization Comparison of Apportionment Methods in Proportional Representation, *Social Choice and Welfare*, Vol.19,pp.885-900 (2002).

[20] Stolarsky,K.B.: Generalizations of the Logarithmic Mean, *Mathematics Magazine*, Vol.48,No.2, pp.87-92 (1975).

[21] Schuster,K.,Pukelsheim,F.,Drton,M. and Draper,N.R.: Seat Biases of Apportionment Methods for Proportional Representation, *Electoral Studies*, Vol.22, pp.651-676 (2003).

[22] Schwingenschl ogl,U.: Seat Biases of Apportionment Methods Under General Distributional Assumtions, *Applied Mathematics*, Vol.21, pp.1-3 (2008).

[23] Theil,H. and Schrage,L.: The Apportionment Problem and the European Parliament,*European Economic Reviews*, Vol.9, No.3 pp.247-263 (1977).

[24] Theil,H.: The Desired Political Entropy, *American Political Science Review*, Vol.63, No.2pp.521-525 (1969).

謝辞

本研究をまとめるにあたり，多くの方々にご助力いただきましたことを，心より感謝申し上げます． なかでも，研究に対する姿勢や論文の書き方について，一からご指導くださった指導教授， 一森哲男先生には，どれほど言葉をつくしても感謝の気持ちを充分に表すことはできないほど，お世話になりました．ありがとうございました．ときに，実践への想いを情緒的に語ってしまう私を，根気強く導き，研究者としてのあるべき姿についてもご教授くださったことに対して，重ねて感謝いたします．先生にご指導いただいた数多くの時間は，私にとっての生涯の宝ものとなりました．この 3 年間を糧として，これからの研究生活においても，努力を重ねていきたいと思います．

付録

ソースプログラム

議席配分の計算

```
#include <StdAfx.h>
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
#include <math.h>
#include <string>
#include <sstream>
#include <iostream>
#include <vector>
#include <fstream>
using namespace std;

int main(){
const int row=50, column=25;
double s=50.0, h=435.0, theta[25]={-12, -11, -10 ,-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,
8, 9, 10, 11, 12};
int checkWhile=0, checkFix[column];
```

```
}

double minFix=300000.0, increaseFix=10.0, fix[column];
double sd, stQi[row], dTn[row][column], qiT[row][column], SCqi[row][column],
SCdTn[row][column], ai[row][column], sumAi=0;
long double pi[row], sumP=0;
vector<string> state;

//Init Variable
for(int i=0;i<column;i++){
checkFix[i]=0;
}

ifstream importFile("input2010.csv");
std::string line, field;
int r=0;
while ( getline(importFile,line) ){
int c=0;
stringstream ss(line);
while (getline(ss,field,',')) {
if(c==0) state.push_back(field);
else pi[r]=atoi(field.c_str());
c++;
}
r++;
}
```

```
//sumP
for(int i=0;i<row;i++){
sumP+=pi[i];
}

//SD
sd=sumP/h;

//St.Qi
for(int i=0;i<row;i++){
stQi[i]=pi[i]/sd;
}

//dTn
for(int i=0;i<column;i++){
for(int j=0;j<row;j++){
if(theta[i] <= -1){
if(stQi[j] > 1) dTn[j][i] =
pow((pow(floor(stQi[j])+1.0,theta[i])-pow(floor(stQi[j]),theta[i]))/theta[i],(1.0/(theta[i]-1.0)));
else dTn[j][i] = 0;
}else if(theta[i] == 0){
if(stQi[j] > 1) dTn[j][i] = 1.0/(log(floor(stQi[j]+1.0)/floor(stQi[j]))/log(2.71828));
else dTn[j][i] = 0;
```

```
}else if(theta[i] == 1){
if(stQi[j] > 1) dTn[j][i] =
(pow(floor(stQi[j])+1.0,floor(stQi[j])+1.0)/pow(floor(stQi[j]),floor(stQi[j])))*(1.0/2.71828);
else dTn[j][i] = 0.37;
}else if(theta[i] >= 2){
if(stQi[j] > 1) dTn[j][i] =
pow((pow(floor(stQi[j])+1.0,theta[i])-pow(floor(stQi[j]),theta[i]))/theta[i],1.0/(theta[i]-1.0));
else dTn[j][i] = pow(1.0/theta[i],1.0/(theta[i]-1.0));
}
}
}

//[qi]T
for(int i=0;i<row;i++){
for(int j=0;j<column;j++){
if(stQi[j] <= dTn[i][j]) qiT[i][j]=floor(dTn[i][j]);
else qiT[i][j]=floor(dTn[i][j])+1.0;
}
}

//Find Fix
while(checkWhile!=column){
checkWhile=0;
```

```
//Sc.Qi
for(int i=0;i<column;i++){
for(int j=0;j<row;j++){
SCqi[j][i]=pi[j]/minFix;
}
}

//Sc.dTn
for(int i=0;i<column;i++){
for(int j=0;j<row;j++){
if(theta[i] <= -1){
if(SCqi[j][i] > 1) SCdTn[j][i] =
pow(((pow(floor(SCqi[j][i])+1.0,theta[i])-pow(floor(SCqi[j][i]),theta[i]))/theta[i]),(1.0/(theta[i]-1.0))
);
else SCdTn[j][i] = 0;
}else if(theta[i] == 0){
if(SCqi[j][i] > 1) SCdTn[j][i] = 1.0/(log((floor(SCqi[j][i]+1.0))/floor(SCqi[j][i]))/log(2.71828));
else SCdTn[j][i] = 0;
}else if(theta[i] == 1){
if(SCqi[j][i] > 1) SCdTn[j][i] =
(1.0/2.71828)*(pow(floor(SCqi[j][i])+1.0,floor(SCqi[j][i]+1.0))/pow(floor(SCqi[j][i]),floor(SCqi[j][i
])));
else SCdTn[j][i] = 0.37;
}else if(theta[i] >= 2){
```

```
if(SCqi[j][i] > 1) SCdTn[j][i] =
pow((pow(floor(SCqi[j][i])+1.0,theta[i])-pow(floor(SCqi[j][i]),theta[i]))/theta[i],1.0/(theta[i]-1.0));
else SCdTn[j][i] = pow(1.0/theta[i],1.0/(theta[i]-1.0));
}
}
}

//ai
for(int i=0;i<row;i++){
for(int j=0;j<column;j++){
if(SCqi[i][j] <= SCdTn[i][j]) ai[i][j]=floor(SCdTn[i][j]);
else ai[i][j]=floor(SCdTn[i][j])+1.0;
if(ai[i][j]==0) ai[i][j]=1;
}
}

//sumAI
for(int i=0;i<column;i++){
if(checkFix[i]==0){
for(int j=0;j<row;j++){
sumAi+=ai[j][i];
}
if(sumAi==435){
checkFix[i]=1;
```

```
fix[i]=minFix;
}
sumAi=0;
}
}

for(int i=0;i<column;i++)
checkWhile+=checkFix[i];
minFix+=increaseFix;
}

//Sc.Qi
for(int i=0;i<column;i++){
for(int j=0;j<row;j++){
SCqi[j][i]=pi[j]/fix[i];
}
}
//End Find fix

//Sc.dTn
for(int i=0;i<column;i++){
for(int j=0;j<row;j++){
if(theta[i] <= -1){
```

```
if(SCqi[j][i] > 1) SCdTn[j][i] =
pow(((pow(floor(SCqi[j][i])+1.0,theta[i])-pow(floor(SCqi[j][i]),theta[i]))/theta[i]),(1.0/(theta[i]-1.0))
);
else SCdTn[j][i] = 0;
}else if(theta[i] == 0){
if(SCqi[j][i] > 1) SCdTn[j][i] = 1.0/(log((floor(SCqi[j][i]+1.0))/floor(SCqi[j][i]))/log(2.71828));
else SCdTn[j][i] = 0;
}else if(theta[i] == 1){
if(SCqi[j][i] > 1) SCdTn[j][i] =
(1.0/2.71828)*(pow(floor(SCqi[j][i])+1.0,floor(SCqi[j][i]+1.0))/pow(floor(SCqi[j][i]),floor(SCqi[j][i
])));
else SCdTn[j][i] = 0.37;
}else if(theta[i] >= 2){
if(SCqi[j][i] > 1) SCdTn[j][i] =
pow((pow(floor(SCqi[j][i])+1.0,theta[i])-pow(floor(SCqi[j][i]),theta[i]))/theta[i],1.0/(theta[i]-1.0));
else SCdTn[j][i] = pow(1.0/theta[i],1.0/(theta[i]-1.0));
}
}
}

//ai
for(int i=0;i<row;i++){
for(int j=0;j<column;j++){
if(SCqi[i][j] <= SCdTn[i][j]) ai[i][j]=floor(SCdTn[i][j]);
```

```
else ai[i][j]=floor(SCdTn[i][j])+1.0;
if(ai[i][j]==0) ai[i][j]=1;
}
}

ofstream exportFile8("output2010.csv");
if (exportFile8.is_open()){
//exportFile8<<"State,"<<"Population,"<<"ST.qi,";
// for(int j=0;j<column;j++){
// exportFile8 << "SC.qi : "<<theta[j]<<",";
// }
for(int j=0;j<column;j++){
if(j!=column-1) exportFile8 <<"Ai : "<< theta[j] << "," ;
else exportFile8 <<"Ai : "<< theta[j] <<"¥n" ;
}
for(int i=0;i<row;i++){
// exportFile8<<state[i]<<","<<pi[i]<<","<<stQi[i]<<",";
// for(int j=0;j<column;j++){
// exportFile8 <<SCqi[i][j] << "," ;
// }
for(int j=0;j<column;j++){
if(j!=column-1) exportFile8 <<ai[i][j] << "," ;
else exportFile8 << ai[i][j] ;
}
```

```
exportFile8<<"¥n";

}

exportFile8.close();

}

else cout << "Unable to open file";

}
```

偏りの計算

```
#include "stdafx.h"


//int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
//{

#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
#include <math.h>
#include <string>
#include <sstream>
#include <iostream>
#include <vector>
#include <fstream>
using namespace std;

int main(){
const int row = 50, column = 25, loop = 100000;
double sq = 700000.0, h = 435.0;
double theta[column], ai1[row][column], b[column], er[column];
```

```
double popUp[row][column], popLow[row][column], popRand[row][column],
sumpopRand[column], ai2[row][column];
double sd[column], qi[row][column], dTn[row][column], qiT[row][column], SCqi[row][column],
SCdTn[row][column];
double sumqiT[column], sumai2[column], kl[column], ks[column], as[column], al[column];
double pl[column], ps[column], averatio[column];

//Init Variable
for (int i = 0; i < column; i++){
b[i] = 0;
er[i] = 0;
averatio[i] = 0;
sumqiT[i] = 0;
sumai2[i] = 0;
sumpopRand[i] = 0;
kl[i] = 0;
ks[i] = 0;
pl[i] = 0;
ps[i] = 0;
as[i] = 0;
}

//Import
ifstream importFile("input1960.csv");
```

```
std::string line, field;
int r = 0;
getline(importFile, line);
stringstream ss(line);
while (getline(ss, field, ',')) {
theta[r++] = atoi(field.c_str());
}
r = 0;
while (getline(importFile, line)){
int c = 0;
stringstream ss(line);
while (getline(ss, field, ',')) {
ai1[r][c++] = atoi(field.c_str());
}
r++;
}

//POPUP
for (int i = 0; i<column; i++){
for (int j = 0; j<row; j++){
if (theta[i] <= -1){
popUp[j][i] = pow((pow(ai1[j][i] + 1.0, theta[i]) - pow(ai1[j][i], theta[i])) / theta[i], (1.0 / (theta[i] -
1.0)))*sq;
}
```

```
else if (theta[i] == 0){
popUp[j][i] = (1.0 / (log((ai1[j][i] + 1.0) / ai1[j][i]) / log(2.71828)))*sq;
}
else if (theta[i] == 1){
popUp[j][i] = ((1.0 / 2.71828)*(pow(ai1[j][i] + 1.0, ai1[j][i] + 1.0) / pow(ai1[j][i], ai1[j][i])))*sq;
}
else if (theta[i] >= 2){
popUp[j][i] = pow((pow(ai1[j][i] + 1.0, theta[i]) - pow(ai1[j][i], theta[i])) / theta[i], (1.0 / (theta[i] -
1.0)))*sq;
}
}
}

//POPLOW
for (int i = 0; i<column; i++){
for (int j = 0; j<row; j++){
if (theta[i] <= -1){
if (ai1[j][i] <= 1) popLow[j][i] = 1.0;
else popLow[j][i] = pow((pow(ai1[j][i], theta[i]) - pow(ai1[j][i] - 1.0, theta[i])) / theta[i], (1.0 /
(theta[i] - 1.0)))*sq;
}
else if (theta[i] == 0){
if (ai1[j][i] > 1) popLow[j][i] = (1.0 / (log(ai1[j][i] / (ai1[j][i] - 1.0)) / log(2.71828)))*sq;
else popLow[j][i] = 1.0;
```

```
}
else if (theta[i] == 1){
if (ai1[j][i] > 1) popLow[j][i] = ((1.0 / 2.71828)*(pow(ai1[j][i], ai1[j][i]) / pow(ai1[j][i] - 1.0,
ai1[j][i] - 1.0)))*sq;
else popLow[j][i] = ((1.0 / 2.71828)*(pow(ai1[j][i], ai1[j][i]) / pow(ai1[j][i], ai1[j][i])))*sq;
}
else if (theta[i] >= 2){
popLow[j][i] = pow((pow(ai1[j][i], theta[i]) - pow(ai1[j][i] - 1.0, theta[i])) / theta[i], (1.0 / (theta[i] -
1.0)))*sq;
}
}
}

for (int k = 0; k<loop; k++){
//POPRAND
for (int i = 0; i<row; i++){
for (int j = 0; j<column; j++){
popRand[i][j] = ((double(rand()) / (double)(RAND_MAX)) * (popUp[i][j] - popLow[i][j])) +
popLow[i][j];
}
}

//SUMPOPRAND
for (int i = 0; i<column; i++){
```

```
for (int j = 0; j<row; j++){
sumpopRand[i] += popRand[j][i];
}
}

//SD
for (int i = 0; i<column; i++){
sd[i] = sumpopRand[i] / h;
}

//Qi
for (int i = 0; i<column; i++){
for (int j = 0; j<row; j++){
qi[j][i] = popRand[j][i] / sd[i];
}
}

//dTn
for (int i = 0; i<column; i++){
for (int j = 0; j<row; j++){
if (theta[i] <= -1){
if (qi[j][i] > 1) dTn[j][i] = pow((pow(floor(qi[j][i]) + 1.0, theta[i]) - pow(floor(qi[j][i]), theta[i])) /
theta[i], (1.0 / (theta[i] - 1.0)));
else dTn[j][i] = 0;
```

```
}
else if (theta[i] == 0){
if (qi[j][i] > 1) dTn[j][i] = 1.0 / (log(floor(qi[j][i] + 1.0) / floor(qi[j][i])) / log(2.71828));
else dTn[j][i] = 0;
}
else if (theta[i] == 1){
if (qi[j][i] > 1) dTn[j][i] = (pow(floor(qi[j][i]) + 1.0, floor(qi[j][i]) + 1.0) / pow(floor(qi[j][i]),
floor(qi[j][i])))*(1.0 / 2.71828);
else dTn[j][i] = 0.37;
}
else if (theta[i] >= 2){
if (qi[j][i] > 1) dTn[j][i] = pow((pow(floor(qi[j][i]) + 1.0, theta[i]) - pow(floor(qi[j][i]), theta[i])) /
theta[i], 1.0 / (theta[i] - 1.0));
else dTn[j][i] = pow(1.0 / theta[i], 1.0 / (theta[i] - 1.0));
}
}
}

//[qi]T
for (int i = 0; i<row; i++){
for (int j = 0; j<column; j++){
if (qi[i][j] <= dTn[i][j]) qiT[i][j] = floor(dTn[i][j]);
else qiT[i][j] = floor(dTn[i][j]) + 1.0;
}
```

```
}

//Sc.Qi
for (int i = 0; i<row; i++){
for (int j = 0; j<column; j++){
SCqi[i][j] = popRand[i][j] / sq;
}
}

//Sc.dTn
for (int i = 0; i<column; i++){
for (int j = 0; j<row; j++){
if (theta[i] <= -1){
if (SCqi[j][i] > 1) SCdTn[j][i] = pow(((pow(floor(SCqi[j][i]) + 1.0, theta[i]) - pow(floor(SCqi[j][i]),
theta[i])) / theta[i]), (1.0 / (theta[i] - 1.0)));
else SCdTn[j][i] = 0;
}
else if (theta[i] == 0){
if (SCqi[j][i] > 1) SCdTn[j][i] = 1.0 / (log((floor(SCqi[j][i] + 1.0)) / floor(SCqi[j][i])) /
log(2.71828));
else SCdTn[j][i] = 0;
}
else if (theta[i] == 1){
```

```
if (SCqi[j][i] > 1) SCdTn[j][i] = (1.0 / 2.71828)*(pow(floor(SCqi[j][i]) + 1.0, floor(SCqi[j][i] + 1.0))
/ pow(floor(SCqi[j][i]), floor(SCqi[j][i])));
else SCdTn[j][i] = 0.37;
}
else if (theta[i] >= 2){
if (SCqi[j][i] > 1) SCdTn[j][i] = pow((pow(floor(SCqi[j][i]) + 1.0, theta[i]) - pow(floor(SCqi[j][i]),
theta[i])) / theta[i], 1.0 / (theta[i] - 1.0));
else SCdTn[j][i] = pow(1.0 / theta[i], 1.0 / (theta[i] - 1.0));
}
}
}

//AI
for (int i = 0; i<row; i++){
for (int j = 0; j<column; j++){
if (SCqi[i][j] <= SCdTn[i][j]) ai2[i][j] = floor(SCdTn[i][j]);
else ai2[i][j] = floor(SCdTn[i][j]) + 1.0;
}
}

//B ER
for (int i = 0; i<column; i++){
for (int j = 0; j<row; j++){
if (ai2[j][i] == 0)ai2[j][i] = 1;
```

```
sumqiT[i] += qiT[j][i];
sumai2[i] += ai2[j][i];

if (j <= 16){
kl[i] += qi[j][i] / ai2[j][i];
pl[i] += popRand[j][i];
}
else if (j >= 33){
ks[i] += qi[j][i] / ai2[j][i];
ps[i] += popRand[j][i];
}

if (k == 0){
if (j >= 33) as[i] += ai2[j][i];
else if (j == 16) al[i] = sumai2[i];
}
}
b[i] += sumqiT[i] - sumai2[i];

er[i] += (1.0 - (ks[i] / kl[i]));

averatio[i] += pl[i] / ps[i];
```

```
sumqiT[i] = 0;
sumai2[i] = 0;
sumpopRand[i] = 0;
kl[i] = 0;
ks[i] = 0;
pl[i] = 0;
ps[i] = 0;
}
}

//Export File
/* ofstream exportFile("popUp.csv");
if (exportFile.is_open()){
for(int i=0;i<row;i++){
for(int j=0;j<column;j++){
if(j!=column-1) exportFile << popUp[i][j] << "," ;
else exportFile << popUp[i][j] ;
}
exportFile<<"¥n";
}
exportFile.close();
}
else cout << "Unable to open file";
```

```
ofstream exportFile1("popLow.csv");
if (exportFile1.is_open()){
for(int i=0;i<row;i++){
for(int j=0;j<column;j++){
if(j!=column-1) exportFile1 << popLow[i][j] << "," ;
else exportFile1 << popLow[i][j] ;
}
exportFile1<<"¥n";
}
exportFile1.close();
}
else cout << "Unable to open file";

ofstream exportFile2("popRand.csv");
if (exportFile2.is_open()){
for(int i=0;i<row;i++){
for(int j=0;j<column;j++){
if(j!=column-1) exportFile2 << popRand[i][j] << "," ;
else exportFile2 << popRand[i][j] ;
}
exportFile2<<"¥n";
}
exportFile2.close();
}
```

```
else cout << "Unable to open file";

ofstream exportFile3("qi.csv");
if (exportFile3.is_open()){
for(int i=0;i<row;i++){
for(int j=0;j<column;j++){
if(j!=column-1) exportFile3 << qi[i][j] << "," ;
else exportFile3 << qi[i][j] ;
}
exportFile3<<"¥n";
}
exportFile3.close();
}
else cout << "Unable to open file";

ofstream exportFile4("dTn.csv");
if (exportFile4.is_open()){
for(int i=0;i<row;i++){
for(int j=0;j<column;j++){
if(j!=column-1) exportFile4 << dTn[i][j] << "," ;
else exportFile4 << dTn[i][j] ;
}
exportFile4<<"¥n";
}
```

```
exportFile4.close();
}
else cout << "Unable to open file";

ofstream exportFile5("qiT.csv");
if (exportFile5.is_open()){
for(int i=0;i<row;i++){
for(int j=0;j<column;j++){
if(j!=column-1) exportFile5 << qiT[i][j] << "," ;
else exportFile5 << qiT[i][j] ;
}
exportFile5<<"¥n";
}
exportFile5.close();
}
else cout << "Unable to open file";

ofstream exportFile6("SCqi.csv");
if (exportFile6.is_open()){
for(int i=0;i<row;i++){
for(int j=0;j<column;j++){
if(j!=column-1) exportFile6 << SCqi[i][j] << "," ;
else exportFile6 << SCqi[i][j] ;
}
```

```
exportFile6<<"¥n";
}
exportFile6.close();
}
else cout << "Unable to open file";

ofstream exportFile7("SCdTn.csv");
if (exportFile7.is_open()){
for(int i=0;i<row;i++){
for(int j=0;j<column;j++){
if(j!=column-1) exportFile7 << SCdTn[i][j] << "," ;
else exportFile7 << SCdTn[i][j] ;
}
exportFile7<<"¥n";
}
exportFile7.close();
}
else cout << "Unable to open file";

ofstream exportFile8("ai2.csv");
if (exportFile8.is_open()){
for(int i=0;i<row;i++){
for(int j=0;j<column;j++){
if(j!=column-1) exportFile8 << ai2[i][j] << "," ;
```

```
else exportFile8 << ai2[i][j] ;
}
exportFile8<<"¥n";
}
exportFile8.close();
}
else cout << "Unable to open file";
*/
ofstream exportFile9("output1960.csv");
if (exportFile9.is_open()){
exportFile9 << "Theta,BY,ER,B¥n";
for (int i = 0; i<column; i++){
exportFile9 << theta[i] << "," << ((averatio[i] / loop)*(as[i] / al[i])) - 1 << "," << er[i] / loop << ","
<< b[i] / loop << "¥n";
}
exportFile9.close();
}
else cout << "Unable to open file";
}
```